

Nombre complexe : racine n -ième d'un nombre complexe

Racine n -ième d'un nombre complexe

Soit z un nombre complexe.

L'équation $z^n = Z$ admet n racines distinctes dont les solutions sont de la forme :

$$|Z|^{\frac{1}{n}} e^{i\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)}$$

où θ est un argument de Z et où k est un entier compris entre 0 et $n - 1$.

Exercice n°1

Résoudre l'équation $z^3 = \sqrt{3} + i$.

> Correction des exercices

Exercice n°1

$$|\sqrt{3} + i| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \text{ et } \arg(\sqrt{3} + i) = \frac{\pi}{6} [2\pi].$$

Les solutions de cette équation sont donc les $z_k = 2^{\frac{1}{3}} e^{i\left(\frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}\right)}$ où k est un entier variant de 0 à 2.