Exercices sur les suites numériques

> Les différents modes de génération d'une suite

Exercice n°1

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n \geqslant 2$ par $u_n = \dfrac{1}{n(n-1)}$ et la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{(-2)^{n-1}}{n+1}$.

1. Déterminer les trois premiers termes de la suite (u_n).
2. Déterminer les trois premiers termes de la suite (v_n).
3. Déterminer le neuvième terme de chacune de ces deux séries.
4. Ecrire le terme d'indice $n-1$ et le terme d'indice $n+1$ pour chacune des deux séries.

Exercice n°2

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 2,5$ et $u_{n+1} = -2u_n + 2$.

1. Comment est définie cette suite ?
2. Déterminer les 4 premiers termes de cette suite.

Exercice n°3

On considère les trois suites numériques (u_n), (v_n) et (w_n) suivantes, toutes les trois définies sur $\mathbb{N}$ par :

$u_n = 2n^2 - 15$ $\qquad$ $v_n = f(n)$ où $f : \mapsto \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ $\qquad$ $w_0 = 4$ et $w_{n+1} = 5 - 3w_n$

Déterminer les trois premiers termes de ces suites.

Exercice n°4

Voici ci-dessous un extrait de tableur dans lequel on a affiché les premiers termes d'une suite (u_n).

1. Comment est définie cette suite ?
2. Quel est le premier terme de cette suite ?
3. Que vaut u_2 et u_3 ?
4. Déterminer u_4.

×	fx : B2 = -2*B1 + 10		
	A	**B**	**C**
1	0	5	
2	1	0	
3	2	10	
4	3	−10	

Exercice n°5

On considère le code python ci-dessous :

```python
def suite(n):
    u=3
    for i in range (1,n+1):
        u=4*u-6
    return(u)
```

1. Donner l'expression et le mode de définition de la suite de ce programme.
2. Déterminer les deux premiers termes de cette suite.
3. Que va retourner le programme si on saisi « suite(5) » dans la commande ? ?

> Représentation graphique d'une suite

Exercice n°6

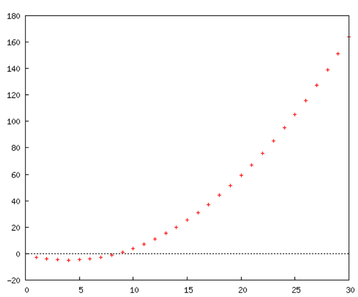
On considère les quatre suites (u_n), (v_n), (w_n) et (t_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :

$u_n = \dfrac{5 \times (-1)^n}{n+1}$ $\qquad v_n = \dfrac{1}{4}n^2 - 2n - 1$ $\qquad w_0 = 5$ et $w_{n+1} = 0,8w_n$

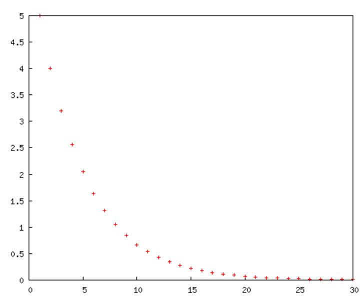
$t_0 = 1$ et $t_{n+1} = -\dfrac{2}{3}t_n + 4$

Associer chaque suite à l'écran de calculatrice correspondant.

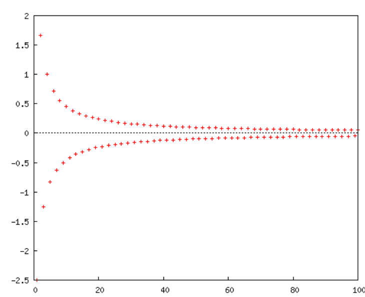
1



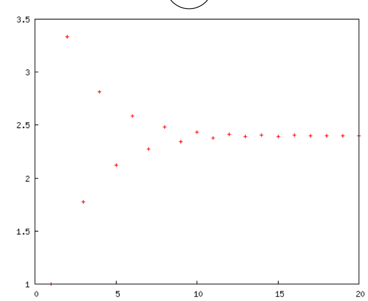
2



3



4



Exercice n°7

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0,5$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n} + 1$.

1. Définir la fonction f telle que pour tout entier naturel n $u_{n+1} = f(u_n)$.
2. Dans un repère orthonormé d'unité 4 cm, construire la représentation graphique de f et la droite d'équation $y = x$ sur $[0\,;\,4]$.
3. Construire sur l'axe des abscisses, les 4 premiers termes de la suite (u_n).

> Sens de variation d'une suite

Exercice n°8

Pour chacune des suites suivantes, conjecturer le sens de variation de celle-ci à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel puis démontrer cette conjecture.

1. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + n^2$.
2. $u_0 = 3$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \dfrac{3}{u_n}$.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3^n - 8$.
4. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1 + 0,5^n$.

Exercice n°9

On considère la suite (u_n) de terme général : $u_n = 2n^2 - n - 2$.

1. Exprimer, en fonction de n, les termes suivants :

   a. u_{n+1} **b.** u_{n-1} **c.** $u_n + 1$ **d.** u_{2n}

2. Exprimer la différence $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n.
3. En déduire le sens de variation de cette suite.
4. Vrai ou faux : $u_{n+1} \neq u_n + 1$.
5. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 du tableur ci-contre pour générer les termes de la suite (u_n) ?

	A	**B**
1	n	u_n
2	0	-2
3	1	
4	2	

Exercice n°10

Etudier les variations des suites suivantes dont on donne une expression du terme général. On pourra faire une première conjecture à l'aide de la calculatrice.

$a_n = -2n^2 - 7n + 10$ $\qquad b_n = \dfrac{n}{2} + \dfrac{2}{n}$ $\qquad c_0 = -5$ et $c_{n+1} = c_n - n^2 + 100$

$d_n = \dfrac{4-n}{1+n}$

Exercice n°11

1. Etudier les variations de la suite (a_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $a_n = -5n^2 + 2n - 8$ en utilisant une fonction définie et dérivable sur un intervalle que l'on précisera.
2. Faire de même pour étudier les variations de la suite (b_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $b_n = n^3 - 9n^2$.
3. Faire de même pour étudier les variations de la suite (c_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $c_n = \dfrac{2n+1}{3} - \dfrac{1}{n}$.

> Notion de limite

Exercice n°12

Conjecturer le comportement à l'infini des suites de l'exercice n°6.

Exercice n°13

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 3n^2 - 4n + 9$.

1. Déterminer v_1 et v_{100}.
2. Quelle semble être le comportement de cette suite quand n tend vers $+\infty$?

Exercice n°14

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{3n-1}{n+4}$.

1. Déterminer les 5 premiers termes de cette suite.
2. Etudier les variations de (u_n).
3. Conjecturer la limite de cette suite.

Exercice n°15

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \dfrac{2^n}{n+1}$.

1. Déterminer u_0, u_1, u_2 et u_3.
2. Etudier les variations de cette suite.
3. Conjecturer la limite de cette suite.

> Exercices type problème

Exercice n°16

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 2u_n + 1$.
On considère le programme Python suivant :

```
def suite(n):
    u=?
    for i in range (1,n+1):
        u=?
    return(u)
```

1. Compléter ce programme pour qu'il calcul le terme de rang n de la suite (u_n) de cet exercice.
2. Quel résultat sera affiché si l'utilisateur saisi $n = 5$?
3. On souhaite modifier ce programme pour qu'il affiche le rang n de la série à partir duquel $u_n > S$ où S est une valeur saisie par l'utilisateur. Modifier le programme Python pour qu'il réalise cela.
4. Tester le programme pour déterminer n tel que $u_n > 5\ 000$.

Exercice n°17

Jean-Kevin souhaite mettre de l'argent de côté sur son livret A. Le taux de ce compte est de 2%. Il place 2 500€ sur ce compte.

1. Combien d'argent Jean-Kevin aura-t-il sur son compte au bout d'un an ?
2. Combien d'argent Jean-Kevin aura-t-il sur son compte au bout de deux ans ?
3. On note u_n la somme sur le compte de Jean-Kevin au bout de n année.
   Que vaut u_0 ?
4. Donner l'expression de u_{n+1}. Comment est définie cette suite ?
5. A partir de combien d'année Jean-Kevin aura-t-il doublé son épargne initiale ?

Exercice n°18

Jean-Kevin vient tout juste de terminer un trail. Son rythme cardiaque est alors de 192 bpm.
On note (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_{n+1} = 0.82u_n + 2$ qui donne le rythme cardiaque de Jean-Kevin au bout de n minutes.

1. Que vaut u_0 ?
2. Quel est le rythme cardiaque de jean-Kevin au bout de 2 minutes ?
3. Le rythme cardiaque au repos de Jean-Kevin est de 65 bpm. Au bout de combien de temps aura-t-il retrouvé son rythme cardiaque au repos ? On pourra s'aider d'un programme Python ou de la calculatrice.