# Exercices : primitives et équations différentielles

## > Déterminer des primitives de fonctions usuelles

**Exercice n°1** Déterminer une primitives des fonctions suivantes :

**a.** $f : x \mapsto 3x^3 - 2x + 2$ **b.** $f : x \mapsto 7x^5 - 6x^3 - x + 1$ **c.** $f : x \mapsto 4x^2 - 3x + 10$

**Exercice n°2** Déterminer une primitives des fonctions suivantes :

**a.** $f : x \mapsto x + 2 + \dfrac{1}{x}$ **b.** $f : x \mapsto x + \cos(x)$ **c.** $f : x \mapsto 2e^x - x$

**Exercice n°3** Déterminer une primitives des fonctions suivantes :

**a.** $f : x \mapsto -\dfrac{1}{x^2} - 2x + 1$ **b.** $f : x \mapsto \dfrac{6}{\sqrt{x}} + x^2$ **c.** $f : x \mapsto -e^x$

## > Déterminer des primitives de fonctions composées

**Exercice n°4** Déterminer une primitives des fonctions suivantes :

**a.** $f : x \mapsto (x+3)^4$ **b.** $f : x \mapsto (2x-3)^2$ **c.** $f : x \mapsto 3x^2(x^3-2)^3$

**Exercice n°5** Déterminer une primitives des fonctions suivantes :

**a.** $f : x \mapsto \dfrac{6x+2}{3x^2+2x-3}$ **b.** $f : x \mapsto \dfrac{2-x}{\sqrt{x^2-4x}}$ **c.** $f : x \mapsto xe^{x^2}$

**Exercice n°6** Soit $g$ la fonction définie sur $]1\,;+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{1}{x(x^2-1)}$.

1. Déterminer les réels $a$, $b$ et $c$ tels que pout tout $x > 1$, $g(x) = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{x-1} + \dfrac{c}{x-1}$.
2. Déterminer une primitive de $g$ sur $]1\,;+\infty[$.

**Exercice n°7**

1. Déterminer une primitive $F$ de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x^2-2x+4}{x}$ telle que $F(1) = 2$.
2. Déterminer une primitive $G$ de la fonction $g : x \mapsto xe^{x^2}$ telle que $G(1) = 3e$.
3. Déterminer une primitive $H$ de la fonction $h : x \mapsto \dfrac{5}{(4x-3)^2}$ telle que $H(1) = 1$.

4. Déterminer une primitive $J$ de la fonction $j : x \mapsto \dfrac{2x-3}{x^2-2x+1}$ telle que $J(0) = -2$.

**Exercice n°8** Déterminer une primitives des fonctions suivantes :

**a.** $f : x \mapsto -3\sin(3x-1)$ **b.** $f : x \mapsto (4x+1)\cos(2x^2+x)$ **c.** $f : x \mapsto -14\sin(7x)$

## > Résoudre une équation différentielle du type $y = ay + b$

**Exercice n°9**

1. Résoudre l'équation différentielle $y' = \dfrac{2}{3}y$.
2. Résoudre l'équation différentielle $y' = -5y$.
3. Résoudre l'équation différentielle $y' = 6y$ avec $y(0) = 1$.

**Exercice n°10** On considère l'équation différentielle (E) : $2y' - y = 3$.

1. Déterminer une solution particulière constante de (E).
2. Déterminer la forme générale des solutions de l'équation différentielle $y' = \dfrac{1}{2}$.
3. En déduire la forme générale des solutions de l'équation (E).
4. Déterminer la solution $f$ de (E) telle que $f(0) = -1$.

**Exercice n°11** Résoudre les équations différentielles suivantes :

**a.** $y' = 5y - 2$ **b.** $2y' = 8y - 5$ **a.** $3y' + 10 = y$

## > Résoudre une équation différentielle du type $y = ay + f$

**Exercice n°12** Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-2x} \times \ln(1 + 2e^x)$.

On considère l'équation différentielle (E) : $y' + 2y = 2\dfrac{e^{-x}}{1+2e^x}$.

1. Montrer que $f$ est une solution particulière de (E).
2. Donner les solution de l'équation différentielle $y' + 2y = 0$.
3. En déduire les solutions de (E).

**Exercice n°13** On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = e^{-x}$.

1. Montrer que la fonction $x \mapsto xe^{-x}$ est une solution particulière de (E).
2. Résoudre l'équation différentielle $y' + y = 0$.
3. En déduire toutes les solution de (E).