

Exercices sur les fonctions trigonométriques

> Résolution d'équations et d'inéquations

Exercice n°1 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a. $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b. $\cos(x) = -1$ c. $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d. $\sin(x) = -\frac{1}{2}$ e. $\sin(x) = 0$

Exercice n°2 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a. $2 \cos(x) \times (\sin(x) + 1) = 0$ b. $(3 \sin(x) + 6)(\cos(x) + 1) = 0$ c. $2 \sin^2(x) - 1 = 0$

Exercice n°3 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos^2(x) = \frac{1}{2}$.

Exercice n°4

1. Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation $\cos(x) < \frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation $\sin(x) \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
3. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation $\cos^2(x) < \frac{1}{4}$.
4. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation $\sin(x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$.

> Calcul de dérivées

Exercice n°5 Calculer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

a. $x \mapsto \frac{1}{x} + 2 \cos(x)$ b. $x \mapsto \sin(x) - \sqrt{x}$ c. $x \mapsto \frac{1}{\cos(x)}$

Exercice n°6 Calculer l'expression des dérivées des fonctions suivantes :

a. $x \mapsto \sin(2x)$ b. $x \mapsto \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ c. $x \mapsto \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

> Etudier des fonctions trigonométriques

Exercice n°7 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$.

1. Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R} . Pourquoi peut-on restreindre l'intervalle d'étude de la fonction f à $[0; 2\pi]$?
2. Déterminer l'expression de la dérivée de f .
3. Etablir le tableau de variations de la fonction f .

Exercice n°8 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{\sin(x)}{2 + \cos(x)}$.

1. Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R} .
2. Calculer $f(x + 2\pi)$ et $f(-x)$.
Que peut-on en déduire ?
3. Déterminer l'expression de la dérivée de f .
4. A l'aide du cercle trigonométrique, étudier le signe de $1 + 2 \cos(x)$ sur $[0; \pi]$.
5. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0; \pi]$.