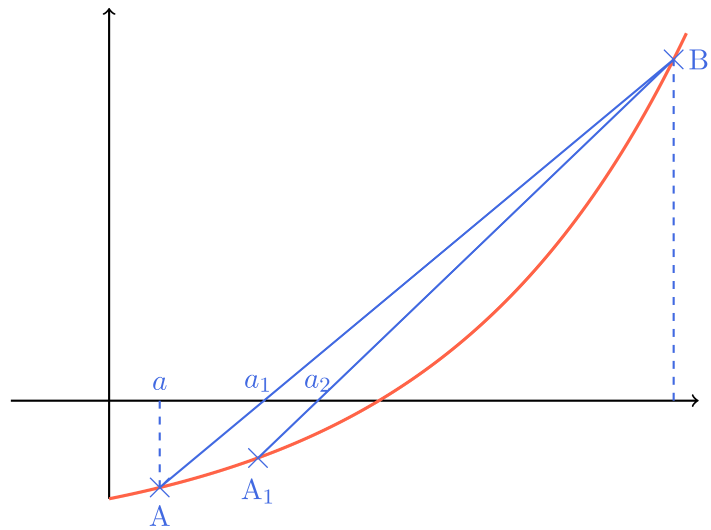
Méthode de la sécante

Méthode de la sécante

Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a\,;b]$ telle que $f(a) \leqslant 0$ et $f(b) > 0$.
On trace le segment d'extrémités $\mathrm{A}(a\,;\,f(a))$ et $\mathrm{B}(b\,;\,f(b))$.

Si le segment [AB] reste au dessus de la courbe représentative de f, alors $f(x) = 0$ admet une solution sur $[a_1\,;\,b]$ où $(a_1\,;\,0)$ est le point d'intersection de la droite (AB), que l'on nomme **sécante** avec l'axe des abscisses.

On trace ensuite le segment $[\mathrm{A}_1\mathrm{B}]$ où $\mathrm{A}_1(a_1\,;\,f(a_1))$ pour obtenir un a_2 et ainsi de suite, jusqu'à se rapprocher de la courbe représentative de f.



Propriété : Suite des a_n

Soit f une fonction définie sur $[a\,;b]$, continue, strictement croissante et convexe telle que $f(a) \leqslant 0$ et $f(b) > 0$.
La suite (a_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$a_0 = a \text{ et } a_{n+1} = a_n - \frac{b - a_n}{f(b) - f(a_n)} f(a_n)$$

est croissante et converge vers un réel l, solution de $f(x) = 0$.

Exercice n°1 Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,12]$ par $f(x) = e^{0,2x} - 3$.

1. Montrer que la fonction f vérifie les hypothèses de la propriété.
2. A l'aide d'un programme Python, donner la solution de l'équation $e^{0,2x} - 3 = 0$ à 10^{-3} près.

> Correction des exercices

Exercice n°1

1. $f(0)=e^{0,2\times 0}-3=-2$ et $f(12)=e^{0,2\times 12}-3\approx 8$.
   $f'(x)=0,2e^{0,2x}$ et $f''(x)=0,04e^{0,2x}>0$.
   f est donc convexe sur $[0\,;\,12]$ et strictement croissante. Toutes les hypothèses de la propriété sont vérifiées.