

Exercices : échantillonnage

> Lire et comprendre une fonction Python

Exercice n°1 On considère le programme Python ci-dessous :

```
1 from random import *
2 def jeu() :
3     randint(1,4)
```

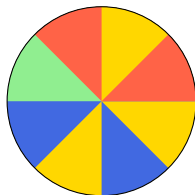
1. Que permet de faire ce programme ?
2. On souhaite simuler le lancer d'une pièce de monnaie en utilisant Python. Que doit-on modifier dans le précédent programme afin de réaliser cela ?
3. On a compléter le programme précédent :

```
1 from random import *
2 def jeu() :
3     s=0
4     for k in range(50):
5         r=randint(1,2)
6         if r==1:
7             s=s+1
8     print(s)
```

Que permet de faire ce nouveau programme ?

4. Le tester 3 fois. Quel est la taille de l'échantillon réalisé ?

Exercice n°2 On considère la roue de loterie ci-dessous.



Pour gagner à cette roue de loterie, il faut tomber sur le secteur vert.

1. Quelle est la probabilité de gagner en lançant cette roue ?

2. Créer un programme Python qui permet de simuler le lancer de cette roue.

3. On considère le programme Python ci-dessous.
Combien de fois le lancer de cette roue a-t-il été effectué ?

4. Tester ce programme et donner la fréquence observée de gain à ce jeu sur ce nombre de lancers. Que peut-on faire pour que cette fréquence observée se rapproche de la probabilité trouvée à la première question ?

```
1 from random import *
2 def roue() :
3     s=0
4     for k in range(20):
5         r=randint(1,8)
6         if r==4:
7             s=s+1
8     print(s)
```

> Observer la loi des grands nombres

Exercice n°3

Dans un tableur, saisir dans la cellule A1 la formule **=ALEA.ENTRE.BORNES(1 ; 6)**.

1. Que permet de simuler cette formule ?
2. Quelle est la probabilité que le résultat donné par cette formule soit 4 ?
3. Recopier cette formule de façon à faire 100 simulations. A l'aide de la commande **NB.SI**, déterminer la fréquence de 4 apparus sur ces 100 simulations. (On effectuera 3 fois ces 100 simulations afin d'obtenir 3 fréquences.)
4. Que faire pour que cette fréquence observée se rapproche du résultat de la question n°2 ? Quel théorème permet de l'affirmer ?
5. Effectuer maintenant 10 000 simulations et donner la fréquence de 4 obtenus sur ces 10 000 simulations. (On effectuera 3 fois ces 10 000 simulations afin d'obtenir 3 fréquences.)

Exercice n°4 On souhaite simuler le lancer d'un dé à 12 faces sur Python.

1. Quelle fonction permet de réaliser cela ?
2. On considère le jeu suivant. On lance un dé à 12 faces. On gagne si la face obtenue est un nombre premier. Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?
3. Créer un programme Python qui permet de simuler un tel jeu.
4. Dans le programme ci-dessous, combien de simulation du jeu ont été réalisées ?

```
1 from random import *
2 def jeu() :
3     s=0
4     for k in range(10):
5         r=randint(1,12)
6         if r==2 or r==3 or r==5 or r==7 or r==11:
7             s=s+1
8     print("Vous avez gagné ", s, " fois.")
```

5. Compléter le précédent programme pour afficher la fréquence de gain sur n simulations. On testera ce programme pour $n = 10$, $n = 100$ puis $n = 1000$.
6. Que se passe-t-il concernant les fréquences quand n augmente ?

> Utiliser un intervalle de fluctuation

Exercice n°5

Une urne contient des boules de différentes couleurs de 75% de rouges.

Jean tire une boule au hasard, note la couleur et la remet dans l'urne. Il prétend avoir effectué cette expérience 60 fois de façon indépendante et avoir obtenu 35 boules rouges.

Son frère, Kevin, affirme qu'il n'a pas fait l'expérience sérieusement. On se propose de vérifier s'il a de bonnes raisons de l'affirmer.

1. Déterminer la proportion théorique p et la taille n de l'échantillon.

2. Calculer la fréquence observée f .
3. Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la situation.
4. Répondre alors au problème de cet exercice.

Exercice n°6

Jean-Kevin a lancé une pièce de monnaie 50 fois et a obtenu 32 fois le côté pile.
A-t-il de bonnes raisons de douter du bon équilibre de la pièce ?

Exercice n°7

Au pays de Jean-Kevin, 31% des collégiens ont la grippe. Dans un collège de 284 élèves, 81 élèves ont la grippe.
Ce collège présente-il des statistiques inquiétantes par rapport à l'ensemble de la population de ce pays ?

Exercice n°8

Une urne contient 10 boules blanches et 20 boules noires. On pioche une boule au hasard et on regarde sa couleur.

1. A l'aide d'un tableur, simuler 100 expériences aléatoires correspondant à ce jeu. On pourra s'aider de la fonction **ALEA()** qui renvoie un nombre aléatoire compris entre 0 et 1.
2. Quelle est la fréquence de boules blanches obtenus sur ces 100 tirages ? On pourra s'aider de la fonction **NB.SI**.
3. Sur le même tableur, simuler 50 échantillons de taille 100 et faire apparaître les fréquences de boules blanches obtenues.
4. Faire apparaître l'écart entre les fréquences observées et la proportion réelle de l'énoncé.
5. Combien y a-t-il d'échantillons dont l'écart entre la fréquence et la proportion réelle est inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{n}}$ où n est la taille de l'échantillon.
6. A quel intervalle particulier appartiennent ces fréquences ?

Exercice n°9

Deux entreprises recrutent dans un bassin d'emploi où il y a autant de femmes que d'hommes.

Dans l'entreprise A, on compte 100 employés dont 43 femmes et dans l'entreprise B, on compte 2 500 employés dont 1 150 femmes.

La question que l'on se pose est la suivante : Ces entreprises respectent-elles la parité femmes-hommes dans leur recrutement ?

1. Pour chacune de ces deux entreprises, quel est le pourcentage de femmes employées ? Quelle conclusion est-on tenté de tirer ?
2. On s'intéresse à la population formée des femmes et des hommes du bassin d'emploi, et au caractère « être une femme » dans cette population. On sait que la proportion de femme dans ce bassin est de 0,5.
 - (a) Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% pour un échantillon de taille 100 dans la population du bassin d'emploi. La fréquence des femmes dans le personnel de l'entreprise A est-elle dans cet intervalle ?
 - (b) Même question pour l'entreprise B.
 - (c) Conclure.
3. Une entreprise C emploie 46% de femmes. Quel doit être son effectif maximum d'employés pour que l'on considère que la parité est respectée ?