Exercices sur les polynômes

> Résoudre une équation polynomiale de degré 2 à coefficients réels

Exercice n°1 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

a. $z^2 = -9$ **b.** $4z^2 + 16z + 25 = 0$ **c.** $\dfrac{3z-2}{z+1} = z$

Exercice n°2 Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

a. $z^2 - 5z + 6 = 0$ **b.** $4z^2 - 4z + 17 = 0$ **c.** $-z^2 + 2z - 5 = 0$

> Résoudre une équation polynomiale de degré 3 à coefficients réels dont une racine est connue

Exercice n°3 On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^3 + iz^2 - iz + 1 + i$.

1. Calculer $P(-1-i)$.
2. Déterminer les réels a et b tels que pour tout z dans $\mathbb{C}$ on ait $P(z) = (z+1+i)(z^2 + az + b)$.
3. Résoudre l'équation $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$.

Exercice n°4 On considère l'équation (E) : $z^3 + z^2 - 3z + 1 = 0$.

1. Montrer que 1 est une solution évidente de (E).
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

Exercice n°5 On considère l'équation (E) : $z^3 + 4z^2 + 2z - 28 = 0$.

1. Montrer que 2 est une racine du polynôme $z^3 + 4z^2 + 2z - 28$.
2. Déterminer deux réels a et b tels que (E) puisse s'écrire $(z-2)(z^2 + az + b) = 0$.
3. Résoudre (E) dans $\mathbb{C}$.

> Factoriser un polynôme dont une racine est connue

Exercice n°6 On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^3 + z^2 + 4z + 4$.

1. Montrer que -1 est une racine évidente de P.
2. Déterminer une forme factorisée de P.

Exercice n°7 On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^4 - 1$.

1. Factoriser P en produit de facteurs du premier degré.
2. En déduire les solutions de l'équations $z^4 - 1 = 0$.

Exercice n°8 On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^4 + 2z^2 - 8z + 5$.

1. Montrer que 1 est une racine évidente de P.
2. Montrer que P peut aussi s'écrire $P(z) = (z-1)^2(z^2 + 2z + 5)$.
3. En déduire une forme factorisée en produit de facteurs du premier degré de P.