Proportionnalité

1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Définitions

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** quand les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre différent de 0.

Ce nombre est appelé le **coefficient de proportionnalité**.

Exemples

- Quand on achète des cerises, le prix varie selon la masse de cerises achetées. On parle de « prix au kg ». Si on prend 2 kg de cerises, on payera deux fois plus cher, si on en prend 10 kg, on payera 10 fois plus cher et ainsi de suite. C'est une situation de proportionnalité.
- En revanche, la taille et le poids ne sont pas deux grandeurs proportionnelles. Si on multiplie son âge par deux, on ne multiplie pas forcément sa taille par deux.

Méthode : vérifier que deux grandeurs sont proportionnelles

Pour vérifier que deux grandeurs son proportionnels :

(1) On divise les valeurs de l'une par les valeurs de l'autre.
(2) Si les résultats sont tous identiques, alors les deux grandeurs sont proportionnelles. Dans le cas contraire, elles ne le sont pas.

Exemple Voici les tarifs affichés à une salle de musculation :

Nombre de séances	2	4	6	8
Prix (en €)	16,00	24,00	32,00	38,00

Divisions le prix par le nombre de séances :

$\frac{16}{2} = 8$; $\frac{24}{4} = 6$; $\frac{32}{6} \approx 5,33$; $\frac{38}{8} = 4,75$

Les quotients ne sont pas égaux donc le prix n'est pas proportionnel au nombre de séances.

2 Utiliser un tableau de proportionnalité

Définition

Dire qu'un tableau de deux lignes est un **tableau de proportionnalité**, signifie que l'on obtient les valeurs d'une ligne en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre différent de 0 : le coefficient de proportionnalité.

Propriétés

- Dans un tableau de proportionnalité, on peut additionner (ou soustraire) les valeurs deux colonnes pour trouver celles d'une troisième colonne.
- Dans un tableau de proportionnalité, on peut multiplier (ou diviser) les valeurs d'une même colonne par un même nombre (sauf 0) pour obtenir les valeurs d'une deuxième colonne.

Exemple Le robinet de Jean-Kevin fuit. La quantité d'eau perdue est proportionnelle au temps qui passe. Il a déposé un seau sous son robinet et, en 4 heures, 10 litres d'eau sont tombés. Il veut connaître la quantité d'eau perdue en 6 heures et en 10 heures.

Temps (en h)	4	6	10
Quantité d'eau (en L)	10	**?**	**?**

Pour trouver en 6 heures, on peut utiliser le coefficient de proportionnalité en trouvant la quantité d'eau perdue en une heure.
$10 \div 4 = 2,5$. Pour 6 heures, on fait donc $6 \times 2,5 = 15$.

$\times 2,5$			$\times 2,5$
	4	6	
	10	**15**	

Pour trouver la quantité d'eau perdue en 10 heures, on peut additionner les valeurs des deux premières colonnes pour trouver les valeurs de la troisième.

Temps (en h)	4	6	10
Quantité d'eau (en L)	10	15	**25**

On peut également trouver la quantité d'eau perdue en 8 heures. Pour cela, on multiplie les valeurs de la première colonne par 2.

3 Echelle

Définition

L'**échelle** d'une reproduction (plan, carte, photo, maquette, dessin, ...) est le coefficient de proportionnalité entre les dimensions réelles et les dimensions sur la reproduction.

$$\text{échelle} = \frac{\text{dimension sur la reproduction}}{\text{dimension réelle}}$$

Les deux dimensions doivent être exprimées dans la même unité (tout en cm ou bien tout en km, ...).

Exemples Sur une carte de randonnée, 4 cm représentent 800 m en réalité.

- On va calculer l'échelle de cette carte. 800 m = 80 000 cm.

  On effectue ensuite la division : $\frac{4}{80\ 000} = \frac{1}{20\ 000}$. L'échelle de cette carte est donc de $\frac{1}{20\ 000}$. Cela veut donc dire que 1 cm sur la carte représentent 20 000 cm en réalité (soit 200 m).

- Jean-Kevin mesure la distance, sur la carte qu'il doit encore parcourir avant d'arriver chez lui. Il mesure 7,2 cm. A quelle distance réelle cela-correspond-il ?

  On utilise l'échelle de la carte : $7,2\times$ 20 000 = 144 000. Cela correspond donc à 144 000 cm soit 1,44 km.

- Deux monuments sont séparés de 5,3 km. A quelle distance cela correspond-il sur cette carte ? 5,3 km = 530 000 cm. On utilise ensuite l'échelle de la carte : 530 000 ÷ 20 000 = 26,5. Cela correspond à 26,5 cm sur la carte.

4 Partager selon un ratio

Définition

On considère deux nombres n_1 et n_2 ainsi que deux autres nombres a et b.
On dit que n_1 et n_2 sont dans le **ratio** $a : b$ si on a $\frac{n_1}{a} = \frac{n_2}{b}$.
Les nombres n_1 et n_2 sont en situation de proportionnalité avec a et b.

Exemple Emeline et Axel souhaite se partager 48 chocolat selon le ratio 5 : 11.

On cherche à savoir combien de chocolats auront les deux amis.

$5 + 11 = 16$. Puis $48 \div 16 = 3$. Une part correspond donc à 3 chocolats.
D'après l'énoncé, Emeline aura 5 parts et Axel en aura 11. Ainsi, $3 \times 5 = 15$ et $3 \times 11 = 33$.
Emeline aura donc 15 chocolats et Axel en aura 33.

Exemple Emeline, Axel et Jean-Kevin souhaite se partager 120€ selon le ratio 2 : 3 : 7.

On cherche à savoir combien d'euros vont avoir les trois amis.

$2 + 3 + 7 = 12$. Puis $120 \div 12 = 10$. Une part correspond donc à 10€.
D'après l'énoncé, Emeline aura 2 parts, Axel en aura 3 parts et Jean-Kevin aura 7 parts.

Ainsi, $10 \times 2 = 20$, puis $10 \times 3 = 30$ et $10 \times 7 = 70$.
Emeline aura donc 20€, Axel aura 30€ et Jean-Kevin aura 70€.