Exercices sur les probabilités conditionnelles

> Calculer des probabilités conditionnelles

Exercice n°1

On considère une loterie dont certains tickets sont gagnants. Parmi tous les tickets, certains sont rouges. On tire au hasard un ticket de loterie et on considère les évènements suivants :

R : « Le ticket tiré est rouge »
G : « Le ticket tiré est gagnant »

Traduire les phrases suivantes en terme de probabilités :

1. Le quart des tickets rouges sont gagnant.
2. Le tiers des tickets gagnants sont rouges.
3. Un ticket sur cinq rouge est gagnant.
4. Un ticket perdant sur cinq est rouge.

Exercice n°2

1. Sachant que $P_A(B) = 0,6$ et $P(A \cap B) = 0,3$, calculer $P(A)$.
2. Sachant que $P(B) = 0,7$ et que $P_B(A) = 0,2$, calculer $P(A \cap B)$.
3. Soit $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,7$ et $P(A \cup B) = 0,8$. Déterminer $P(A \cap B)$ puis $P_B(A)$ et $P_A(B)$.

Exercice n°3

Dans la commune de Jean-Kevin, un quart des habitants ont une carte d'abonnement aux transports en commun. Parmi ces abonnés, 40% sont des utilisateurs réguliers du bus, les autres utilisant davantage le métro ou le tramway. On interroge au hasard un habitant de cette commune. Quelle est la probabilité qu'il soit abonné aux transports en commun et utilisateur régulier de l'autobus ?

Exercice n°4

Dans un restaurant, on a constaté que 80% des clients prennent un café et que 40% des clients prennent un dessert dont les $\dfrac{3}{4}$ prennent aussi un café.
On choisit un client au hasard dans ce restaurant.

1. Quelle est la probabilité qu'il prennent un dessert et un café ?
2. Quelle est la probabilité qu'il ne prennent ni de dessert ni de café ?
3. On choisit maintenant un client qui a pris un café. Qu'elle est la probabilité qu'il n'ait pas pris de dessert ?
4. Sachant qu'un client n'a pas pris de café, quelle est la probabilité qu'il n'ait pas pris de dessert ?

Exercice n°5

On s'intéresse au groupe sanguin d'une population. Il y a 4 types de groupes sanguins : A, B, AB et O. Parmi ces groupes, on distingue les Rhésus + et les Rhésus -. On donne la répartition des groupes sanguins de cette population dans le tableau ci-dessous :

Groupe sanguin	**A**	**B**	**AB**	**O**
Rhésus +	38	8	3	36
Rhésus -	7	1	1	6

On choisit un individu au hasard de cette population.

1. Quelle est la probabilité qu'il soit du groupe O ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit Rhésus + ?
3. Quelle est la probabilité qu'il soit Rhésus + sachant qu'il est du groupe AB ?
4. Quelle est la probabilité qu'il soit du groupe O sachant qu'il est Rhésus - ?

Exercice n°6

Jean-Kevin se balade dans les hautes herbes à la recherche de Pokemon aux couleurs particulières que l'on appelle shiny. Il est actuellement sur la route 101. Voici les effectifs des Pokemon qu'il peut rencontrer de façon aléatoire dans cette zone et on considère les évènements correspondants :

Pokemon	**Medhyèna**	**Zigzaton**	**Chenipotte**
Couleur normale	89	19	87
Shiny	3	1	2

M : « Jean-Kevin rencontre un Medhyèna »
Z : « Jean-Kevin rencontre un Zigzaton »
C : « Jean-Kevin rencontre un Chenipotte »
S : « Le Pokemon est shiny »

1. Quelle est la probabilité que Jean-Kevin tombe sur un shiny ?
2. Quelle est la probabilité qu'il tombe sur un Zigzaton shiny ?
3. Déterminer $P_{\mathrm{M}}(\mathrm{S})$.
4. $P_{\overline{\mathrm{S}}}(\mathrm{C})$ et faire une phrase qui explique à quoi correspond ce résultat.

Exercice n°7

Dans un pays, 2% de la population a attrapé la grippe. On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population. On note les évènements suivants :

- V : « la personne est contaminée par le virus »
- T : « le test est positif ».

1. Déterminer $P(\mathrm{V})$, $P_{\mathrm{V}}(\mathrm{T})$ et $P_{\overline{\mathrm{V}}}(\overline{\mathrm{T}})$.
2. Quelle est la probabilité de l'évènement $\mathrm{V} \cap \mathrm{T}$?
3. Montrer que la probabilité que le test soit positif est de 0,0492.

4. Justifier par un calcul la phrase suivante :
   « Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40% de chances que la personne soit contaminée ».
5. Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

Exercice n°8

La bibliothèque d'un lycée comporte 150 romans policiers et 50 romans de science-fiction. On sait que 40% des romans policiers sont français et que 70% des romans de science-fiction sont français.
Jean-Kevin choisit au hasard un ouvrage parmi les 200 livres de la bibliothèque.

1. Quelle est la probabilité qu'il choisisse un roman policier ?
2. Quelle est la probabilité qu'il choisisse un roman policier français ?
3. Montrer que la probabilité qu'il choisisse un ouvrage d'un auteur français est 0,475.
4. Quelle est la probabilité qu'il choisisse un roman policier sachant que son auteur est français ?

> Utiliser un arbre pondéré et la formule des probabilités totales

Exercice n°9

On dispose de deux dés cubiques non truqués. Le dé A possède un face verte, deux faces noires et trois faces rouges. Le dé B possède quatre faces vertes et et deux faces noires.
Le jeu se déroule de la façon suivante. On lance le dé B puis :

- Si la face obtenue est verte, on lance à nouveau le dé B et on regarde la face obtenue ;
- Si la face obtenue est noire, on lance le dé A et on regarde la face obtenue.

1. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir une face verte au deuxième lancer sachant que l'on a obtenu une face verte au premier lancer ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir deux faces vertes ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir une face verte au deuxième lancer ?

Exercice n°10

Une étude a montré que des téléviseurs peuvent rencontrer deux types de défauts : un défaut sur la dalle, un défaut sur le condensateur. L'étude indique que :

- 3% des téléviseurs présentent un défaut sur la dalle et parmi ceux-ci 2% ont aussi un défaut sur le condensateur.
- Parmi les téléviseurs qui n'ont pas de défaut sur la dalle, 2% ont un défaut sur le condensateur.

On choisit au hasard un téléviseur et on considère les évènements suivants :

D : « le téléviseur a un défaut sur la dalle » C : « le téléviseur a un défaut sur le condensateur ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que le téléviseur ait un défaut sur la dalle et sur le condensateur ?
3. Quelle est la probabilité que le téléviseur ait un défaut sur le condensateur ?
4. Quelle est la probabilité que le téléviseur n'ait aucun défaut ?

Exercice n°11

Dans un lot de pièces d'usine, on sait que 5% sont défectueuses. La procédure de contrôle des pièces en sortie de fabrication n'est pas parfaite :

- 4% des pièces saines sont rejetées :
- 2% des pièces défectueuses sont acceptées.

On choisit au hasard une pièce en sortie de fabrication.

1. Quelle est la probabilité que la pièce soit rejetée ?
2. Quelle est la probabilité que la pièce soit saine est acceptée ?
3. Quelle est la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle ?
4. Quelle est la probabilité que la pièce soit saine sachant qu'elle est refusée ?
5. Quelle est la probabilité que la pièce soit défectueuse sachant qu'elle est acceptée ?

> Évènements indépendants

Exercice n°12

Chaque matin, Jean-Kevin peut être victime de deux évènements indépendants :

R : « Il n'entend pas son réveil sonner »
S : « son scooter, mal entretenu, tombe en passe »

Il a observé que chaque jour de classe, la probabilité que R se réalise est de 0,1 et que celle de S est de 0,05. Lorsqu'au moins un des deux évènements se produit, il est en retard au lycée. Sinon, il est à l'heure.

1. Calculer la probabilité qu'un jour de classe donné, Jean-Kevin entende son réveil sonner et que son scooter tombe en panne.
2. Calculer la probabilité que Jean-Kevin soit à l'heure au lycée.

Exercice n°13

On lance simultanément deux dés non truqués, un rouge et un vert dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On considère les évènements suivants :

R : « le numéro du dé rouge est pair »
V : « le numéro du dé vert est pair »
S : « la somme des numéros sortis est paire »

1. Montrer que S et V sont indépendants.
2. Les évènements S et R sont-ils indépendants ?
3. Les évènements S et $V \cap R$ sont-ils indépendants ?

Exercice n°14

Dans chacun des cas suivants, dire si les évènements A et B sont indépendants :

1. On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. A : « La carte tirée est un roi » et B : « La carte tirée est un trèfle ».
2. On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. A : « La carte tirée est rouge » et B : « La carte tirée est un cœur ».
3. On lance un dé à six faces non truqué.
   A : « Le nombre obtenu est pair » et B : « Le nombre est inférieur ou égal à 3 ».