Les solides

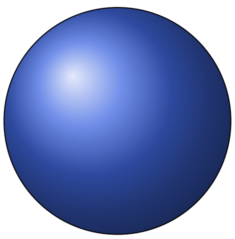
1 Premières définitions

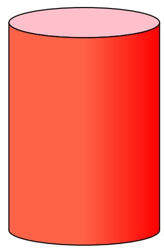
Définition

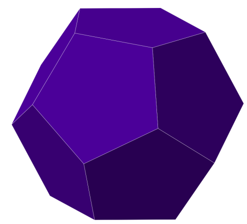
Un **solide** est l'ensemble des points situés à l'intérieur d'une partie fermée de l'espace.

Quand les solides sont déterminés par des surfaces planes polygonales, on les appelle **polyèdres**. Ces surfaces sont alors appelées **faces** dont les côtés sont des **arêtes** ayant pour extrémités des **sommets** du polyèdre.

Exemples Voici la représentation de deux solides et d'un polyèdre.







Définition

Le **patron** d'un solide est un modèle en deux dimensions qui permet de construire le solide par pliage.

Définition

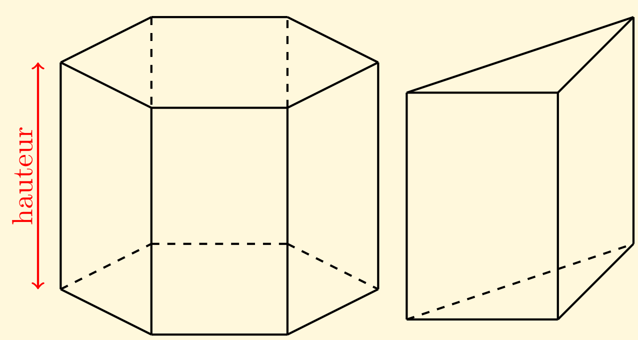
Le **volume** d'un solide est la portion de l'espace occupée par celui-ci.

2 Le prisme droit

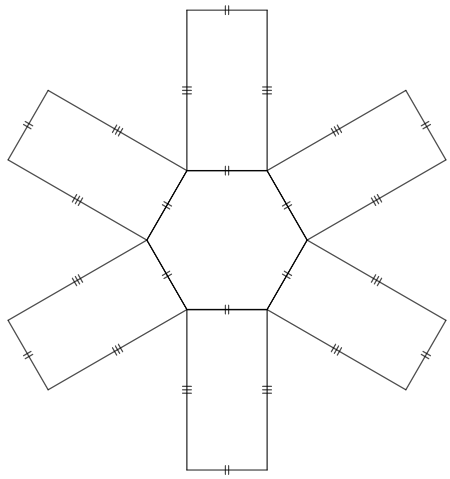
Définition

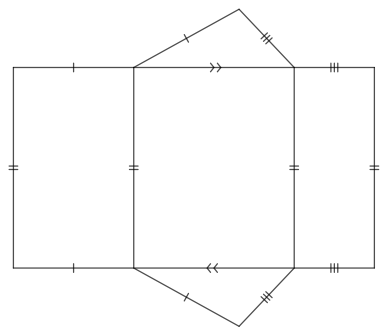
Un **prisme droit** est un polyèdre dont les bases sont des polygones superposables et dont les faces latérales sont des rectangles.
Les arêtes perpendiculaires à la base sont appelées **hauteur** du prisme droit.

Ci-contre, un prisme droit à base hexagonale et un prisme droit à base triangulaire.



Patron des deux prismes





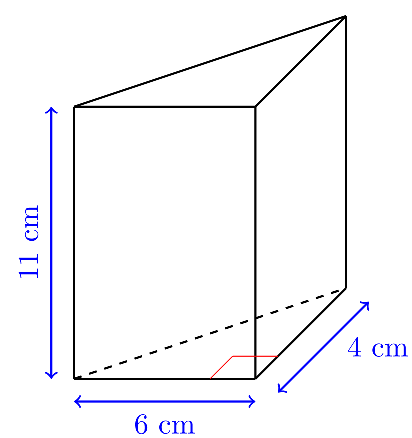
Propriété

Pour calculer le volume d'un prisme droit, il faut multiplier l'aire de sa base par la hauteur du prisme :

$$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Exemple

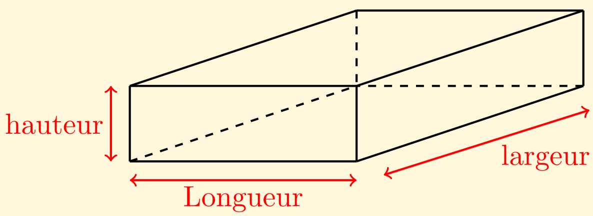
Pour calculer le volume de ce prisme droit, on doit d'abord calculer l'aire de sa base.
L'aire d'un triangle est $\mathcal{A} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$.
Ici, on prend comme base du triangle 6 cm et comme hauteur correspondante 4 cm (ou inversement).
$\mathcal{A} = \dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \dfrac{6 \times 4}{2} = 12$.
On peut maintenant calculer le volume de ce prisme :
$\mathcal{V} = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = 12 \times 11 = 132$.
Le volume de ce prisme droit est de 132 cm^3.

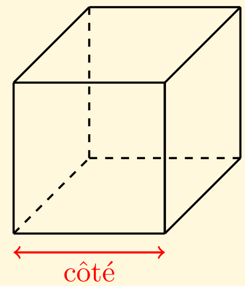


Définitions

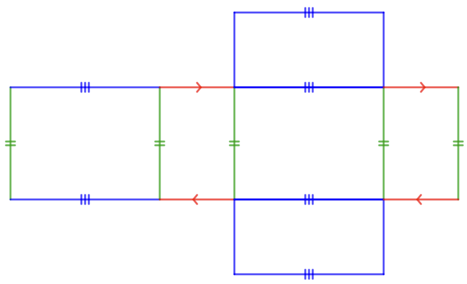
Un **pavé** droit est un polyèdre possédant 6 faces rectangulaires.
Quand toutes les faces de ce pavé droit sont des carrés, on obtient alors un **cube**.

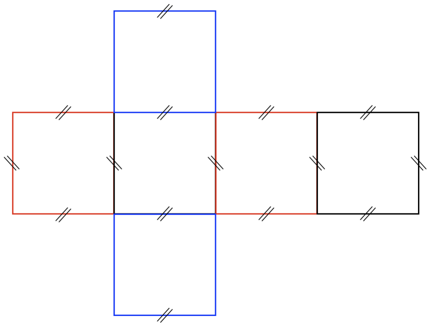
Les différentes dimensions d'un pavé droit sont appelées **longueur**, **largeur** et **hauteur**.
Pour un cube, on parlera de **côté**.





Patron d'un pavé droit et d'un cube :





Propriété

Pour calculer le volume d'un pavé droit, il faut multiplier sa longueur par sa largeur et par sa hauteur :

$$\mathcal{V} = \text{Longueur} \times \text{hauteur} \times \text{largeur}$$

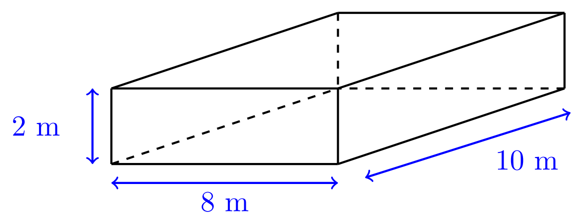
Remarque Pour calculer le volume d'un cube, il faut multiplier la valeur de son côté par lui-même et encore par lui-même : $\mathcal{V} = \text{côté} \times \text{côté} \times \text{côté}$.
Attention ! Il ne faut pas faire $3 \times \text{côté}$!

Exemple

On souhaite calculer le volume du pavé droit ci-contre.

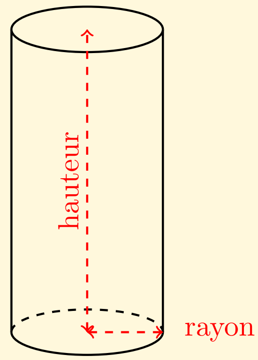
$\mathcal{V} = \text{Longueur} \times \text{hauteur} \times \text{largeur} = 8 \times 10 \times 2 = 160$

Le volume de ce pavé droit est de 160 m^3.

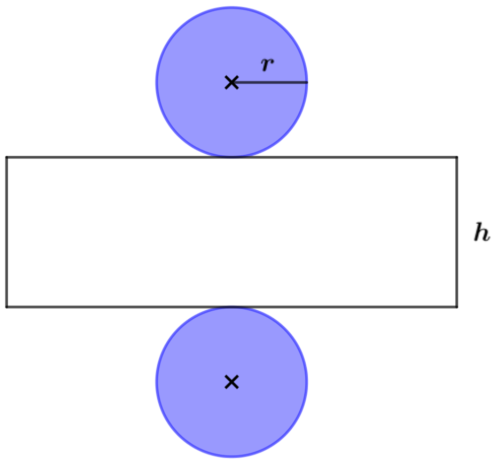


Définition

Un **cylindre de révolution** est un solide dont les deux bases sont des disques de même rayon. C'est un solide qui s'obtient en faisant effectuer un tour complet à un rectangle autour de l'un de ses côtés.
La **hauteur** d'un cylindre est le segment joignant les deux centres des deux bases.



Patron du cylindre de révolution



Propriété

Pour calculer le volume d'un cylindre, il faut multiplier l'aire de sa base par sa hauteur. L'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$ donc le volume d'un cylindre est donnée par la formule :

$$\mathcal{V} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$$

Exemple

On souhaite calculer le volume du cylindre ci-contre.

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur} \\ &= \pi \times 3,5^2 \times 10 \\ &\approx 385\end{aligned}$$

Le volume de ce cylindre vaut environ 385 m^3.