

Combinatoire et dénombrement : approfondissement

Combinaisons avec répétitions

Soit E un ensemble fini à n éléments où n est un entier naturel non nul.

On appelle **combinaison avec répétition** de p éléments de E tout p -uplet $[x_1, x_2, \dots, x_p]$ de E tel que ce p -uplet soit non ordonné et les éléments non nécessairement distincts.

Le nombre de combinaisons avec répétitions de p éléments parmi n est alors égal à :

$$\binom{n+p-1}{p} = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}$$

Exercice A partir d'un alphabet de 5 lettres, combien de mots de 3 lettres peut-on former (ayant un sens ou non) ?

Correction

Il s'agit ici d'une combinaisons avec répétitions de 3 éléments parmi 5.

$$\binom{5+3-1}{3} = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$

On peut donc former 35 mots de 3 lettres à partir d'un alphabet de 5 lettres.