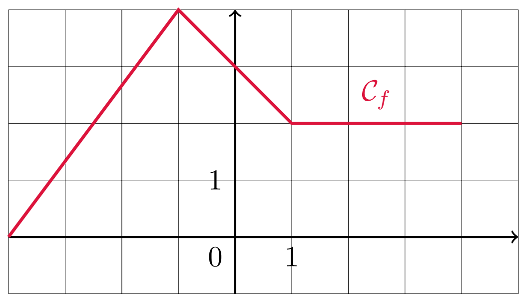
Exercices sur l'intégration (1)

> Estimer graphiquement une intégrale

Exercice n°1 On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f.

1. Déterminer graphiquement $\int_{-4}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$.
2. Déterminer graphiquement $\int_{-1}^{1} f(d)\,\mathrm{d}t$.
3. Déterminer graphiquement $\int_{-1}^{3} f(u)\,\mathrm{d}u$.

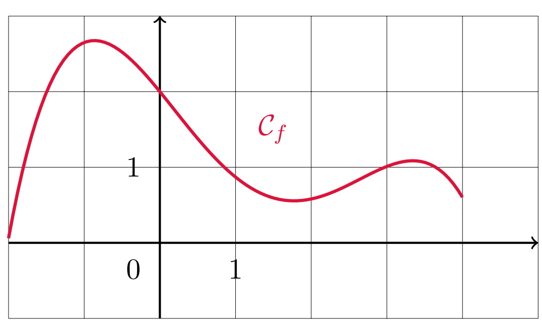


Exercice n°2 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x^2}$.

1. Représenter graphiquement la courbe représentative de la fonction f sur $[0\,;\,1]$.
2. Donner une estimation de $\int_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.
3. Vérifier l'estimation à l'aide d'une approximation numérique (méthode des rectangle, ou des milieux, ou des trapèzes ou Monte-Carlo).

Exercice n°3 Soit f la fonction définie sur $[-2\,;\,4]$ dont on donne la courbe représentative ci-dessous.

1. Justifier que $1 \leqslant \int_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 2$.
2. Donner un encadrement de $\int_{-2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$.
3. Donner un encadrement de $\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.



Exercice n°4 Soit f la fonction définie sur $[-1\,;\,1]$ par $f(x) = \sqrt{1-x^2}$.

1. Vérifier que la courbe représentative de la fonction f est un demi cercle de centre $(0\,;\,0)$ et de rayon 1.
2. En déduire la valeur de $\int_{0}^{1} \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$.

> Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive

Exercice n°5 Déterminer les valeurs exactes des intégrales suivantes :

a. $\displaystyle\int_{-3}^{4} x^2 + 3x - 8 \,\mathrm{d}x$ **b.** $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) \,\mathrm{d}x$ **c.** $\displaystyle\int_{1}^{3} \frac{1}{t} - 7t \,\mathrm{d}t$

Exercice n°6 Déterminer les valeurs exactes des intégrales suivantes :

a. $\displaystyle\int_{-4}^{1} \frac{1}{(2x-4)^2} \,\mathrm{d}x$ **b.** $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \cos(3x) \,\mathrm{d}x$ **c.** $\displaystyle\int_{0}^{3} \frac{e^t}{e^t+1} \,\mathrm{d}t$

Exercice n°7 Déterminer les valeurs exactes des intégrales suivantes :

a. $\displaystyle\int_{1}^{4} \frac{3}{x^2} \,\mathrm{d}x$ **b.** $\displaystyle\int_{2}^{5} 3x^2 + 4x - 5 \,\mathrm{d}x$ **c.** $\displaystyle\int_{1}^{3} e^{-2x} \,\mathrm{d}x$

Exercice n°8

1. Trouver trois réels a, b et c tels que $\dfrac{4x^2+7x+1}{x+2} = ax + b + \dfrac{c}{x+2}$.
2. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_{0}^{2} \frac{4x^2+7x+1}{x+2} \,\mathrm{d}x$.

Exercice n°9

1. Montrer que pour tout réels x on a $\dfrac{1}{1+e^x} = 1 - \dfrac{e^x}{1+e^x}$.
2. En déduire la valeur de $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{1}{1+e^x} \,\mathrm{d}x$.