

Exercices sur les nombres complexes (2)

> Module et argument d'un nombre complexe, affixe d'un point

Exercice n°1 Détermine le module et un argument des nombres complexes suivants :

a. $z = -1 + i\sqrt{3}$

b. $z = 3 - 3i$

c. $z = \frac{-\sqrt{2}}{1+i}$

Exercice n°2 On se place dans le plan complexe $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points $A(2; 2)$, $B(-\sqrt{3}; 1)$ et le point C d'affixe $z_C = 2i$.

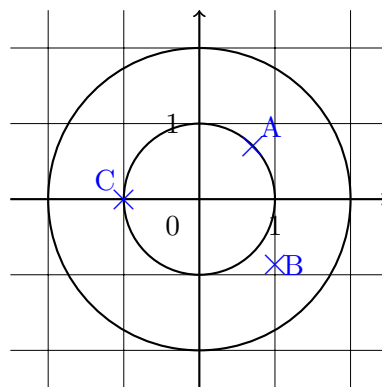
1. Donner la forme algébrique de z_A , l'affixe de A puis déterminer son module.
2. Soit $A'(2; 0)$. Quelle est la nature de OAA' ? En déduire un argument de z_A .
3. Calculer $|z_B|$, $|z_C|$ et $|z_B - z_C|$. Donner une interprétation géométrique de ces résultats.
4. Déterminer alors un argument z_B .

Exercice n°3

1. Déterminer un argument de chaque affixe des points A , B et C .
2. Placer les points D et E d'affixes respectives z_D et z_E telles que :

$$|z_D| = 2 \text{ et } \arg(z_D) = -\frac{2\pi}{3}(2\pi);$$

$$|z_E| = 3 \text{ et } \arg(z_E) = \frac{3\pi}{4}(2\pi).$$



Exercice n°4 Donner la forme trigonométrique des nombres suivants :

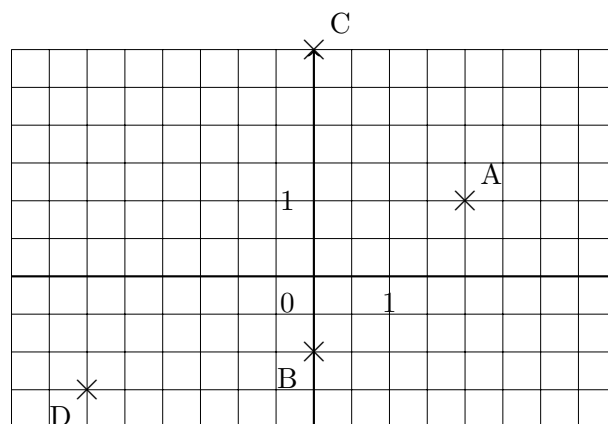
a. $z = (-1 + i)^5$

b. $z = (\sqrt{3} - i)^4$

c. $z = \frac{(\sqrt{2} - 1)i}{1 - i}$

Exercice n°5 On considère le plan complexe ci-dessous :

1. Déterminer les formes algébriques des points A, B, C et D.
2. Placer les points F et G dont les affixes respectives sont $z = 3 - i$ et $z' = \frac{3}{2}i$.
3. Déterminer l'affixe du milieu du segment [AD].



Exercice n°6 Déterminer l'écriture algébrique des nombres complexes suivants :

a. $|z| = 5$ et $\arg(z) = -\frac{\pi}{3}$

b. $|z| = 2$ et $\arg(z) = -\frac{\pi}{2}$

Exercice n°7 On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par :

$$z_0 = \sqrt{3} - i \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = (1 + i)z_n$$

On pose $u_n = |z_n|$.

1. Calculer u_0 .
2. Montrer que la suite (u_n) est géométrique de raison $\sqrt{2}$ et de premier terme 2.
3. Exprimer u_n en fonction de n .
4. Déterminer la limite de (u_n) .

Exercice n°8 On se place dans le plan complexe $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Pour tout entier naturel n , on note A_n le point d'affixe z_n défini par :

$$z_0 = 1 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i \right) z_n$$

On définit la suite (r_n) par $r_n = |z_n|$.

1. Donner la forme trigonométrique de $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$.
2. Montrer que la suite (r_n) est géométrique de raison $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
3. Déterminer, en fonction de n , la mesure du segment $[A_n A_{n+1}]$.