Correction des exercices sur la géométrie repérée

> Déterminer une équation cartésienne de droite

Exercice n°1

1. Puisque $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d), une équation cartésienne de cette droite est de la forme : $-x-2y+c=0$.
   Puisque A appartient à (d), on a $-6-2\times(-2)+c=0$ ce qui revient à $c=2$. Une équation cartésienne de (d) est donc $-x-2y+2=0$.

2. On remplace les coordonnées de B dans l'équation de (d).
   $-3-2\times(-3)+2=3$. On ne trouve pas 0 donc B n'appartient pas à (d).

3. Un vecteur directeur de (d) est $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$. Un vecteur directeur de (d') est $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$.
   Or $-2\times1-1\times2=-4\neq0$. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires donc les deux droites (d) et (d') ne sont pas parallèles.

Exercice n°2

1. Puisque la droite passe par A et B, le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$ en est un vecteur directeur. Une équation cartésienne de (AB) vérifie donc : $-4x-5y+c=0$. Puisque A appartient à (AB) on a $-4\times4-5\times(-3)+c=0$ ce qui équivaut à $c=1$. Une équation cartésienne de (AB) est donc $-4x-5y+1=0$.

2. Puisque les deux droites sont parallèles, elles ont des vecteurs directeurs colinéaires. Ainsi, $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$ est aussi un vecteur directeur à (d). On a donc (d) : $-4x-5y+c=0$.
   Puisque C appartient à (d) on a $-4\times2-5\times8+c=0$ ce qui équivaut à $c=48$. Une équation cartésienne de (d) est donc $-4x-5y+48=0$.

3. $\mathrm{I}\left(\dfrac{x_\mathrm{A}+x_\mathrm{C}}{2}\,;\,\dfrac{y_\mathrm{A}+y_\mathrm{C}}{2}\right)$ soit $\mathrm{I}\left(\dfrac{6}{2}\,;\,\dfrac{-3+8}{2}\right)$ donc $\mathrm{I}\left(3\,;\,\dfrac{5}{2}\right)$. De la même façon, on trouve $\mathrm{J}\left(\dfrac{3}{2}\,;\,-1\right)$.

4. $\mathrm{IJ}=\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}-3\right)^2+\left(-1-\dfrac{5}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{58}}{2}\approx3,808$.

Exercice n°3

1. **a** Un vecteur normal à (d) est $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$.

   b $y=2x-1\Leftrightarrow-2x+y+1=0$. Un vecteur normal à (d) est $\vec{n}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$.

2. **a.** Puisque $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (d) on a $(d) : -x+3y+c=0$. Puisque A appartient à (d) on a $-2+3\times 3+c=0$ ce qui équivaut à $c=-7$. Une équation cartésienne de (d) est donc $-x+3y-7=0$.

   b. Puisque $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (d) on a $(d) : 4x+2y+c=0$. Puisque A appartient à (d) on a $4\times(-1)+2\times 4+c=0$ ce qui équivaut à $c=-4$. Une équation cartésienne de (d) est donc $(d) : 4x+2y-4=0$.

Exercice n°4

1. La hauteur issue de A doit être perpendiculaire à la droite (BC). Un vecteur directeur de (BC) et un vecteur directeur de (d_1) doivent donc être orthogonaux.
   $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d_1) et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\begin{pmatrix}6\\6\end{pmatrix}$.
   $\vec{u}.\overrightarrow{\mathrm{BC}}=-1\times 6+1\times 6=0$. Puisque le produit scalaire de ces deux vecteurs est égal à 0, ils sont orthogonaux. Ainsi, les droites (AB) et (d_1) sont bien perpendiculaires.
   Vérifions maintenant que A appartient bien à (d_1).
   $8+4-4=0$. Les coordonnées de A vérifient l'équation de (d_1) donc (d_1) est bien une équation cartésienne de la hauteur issue de A.

2. La hauteur (d_2) est la perpendiculaire) (AC) passant par B. Un vecteur normal à cette droite est donc $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix}-6\\10\end{pmatrix}$.
   Un point $\mathrm{M}(x\,;\,y)$ appartient donc à (d_2) si et seulement si :
   $$\overrightarrow{\mathrm{BM}}.\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0$$
   $$\Leftrightarrow (x+4)\times(-6)+y\times 10=0$$
   $$\Leftrightarrow -6x+10y-24=0$$
   $$\Leftrightarrow -3x+5y-12=0$$
   Une équation cartésienne de (d_2) est donc $-3x+5y-12=0$.

3. l'orthocentre est l'intersection des hauteurs d'un triangle. Ses coordonnées vérifient donc les deux équations de (d_1) et (d_2). On doit donc résoudre le système :
   $$\left\{\begin{array}{rcl}-3x+5y-12&=&0\\x+y-4&=&0\end{array}\right.$$
   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl}-3x+5y-12&=&0\\x&=&-y+4\end{array}\right.$$
   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl}-3(-y+4)+5y-12&=&0\\x&=&-y+4\end{array}\right.$$
   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl}8y-24&=&0\\x&=&-y+4\end{array}\right.$$
   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl}y&=&3\\x&=&1\end{array}\right.$$
   Les coordonnées de l'orthocentre de ABC sont donc $(1\,;\,3)$.

Exercice n°5

1. Un vecteur normal de la hauteur issue de A est $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\begin{pmatrix}10\\-1\end{pmatrix}$. Une équation cartésienne de cette hauteur est donc $10x - y + c = 0$. Puisque cette hauteur passe par A on a $10 \times 1 - 3 + c = 0$ ce qui équivaut à $c = -7$. Une équation cartésienne de la hauteur issue de A est donc $10x - y - 7 = 0$ ce qui équivaut à celle de l'énoncé en multipliant de chaque côté de l'égalité par -1.
   L'affirmation est donc vraie.

2. Un vecteur normal à la hauteur issue de B est $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$. Si $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ est directeur de cette droite, les vecteur $\vec{u}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont orthogonaux.
   Or $\vec{u}.\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 1 \times 4 + (-4) \times (-1) = 8 \neq 0$. Les deux vecteurs ne sont pas orthogonaux donc $\vec{u}$ ne peut pas être directeur de la hauteur issue de B. L'affirmation est fausse.

3. La médiatrice de [AC] est perpendiculaire à (AC) et passe par le milieu de [AC]. Les coordonnées du milieu de [AC] sont $(3\,;\,1)$.
   Or $3 + 1 - 2 = 2 \neq 0$. Les coordonnées du milieu de [AC] ne vérifie pas l'équation cartésienne de la médiatrice de [AC]. L'affirmation est donc fausse.

> Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite

Exercice n°6

1. Un vecteur normal à (d) est $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$.

2. Puisque $\vec{n}$ est normal à (d) il est directeur à la perpendiculaire à (d). Une équation cartésienne de cette perpendiculaire est donc $-x + 3y + c = 0$. Puisque A appartient à cette perpendiculaire, on a $-2 + 3 \times (-3) + c = 0$ ce qui équivaut à $c = 11$. Une équation cartésienne de la perpendiculaire à (d) passant par A est $-x + 3y + 11 = 0$.

   H est l'intersection de ces deux droites. Il vérifie dont les équations cartésiennes de ces deux droites. On doit donc résoudre le système suivant :

   $$\left\{\begin{array}{rcl} 3x + y - 4 & = & 0 \\ -x + 3y + 11 & = & 0 \end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{lcl} y & = & -3x + 4 \\ -x + 3(-3x + 4) + 11 & = & 0 \end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{lcl} y & = & -3x + 4 \\ -10x + 23 & = & 0 \end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{lcl} y & = & -2,9 \\ x & = & 2,3 \end{array}\right.$$

   On trouve ainsi H(2,3 ; $-2,9$).

Exercice n°7

1. Un vecteur normal de (d) est $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$. C'est donc un vecteur directeur de toute perpendiculaire à (d). Une équation d'une telle droite est donc $-2x+3y+c=0$. Puisqu'elle passe par A on a $-2\times 7+3\times 2+c=0$ ce qui équivaut à $c=8$. Une équation cartésienne de la perpendiculaire à (d) passant par A est donc $-2x+3y+8=0$.

   Puisque H est l'intersection de cette dernière droite et de (d), il vérifie les deux équations de ces deux droites. On doit donc résoudre le système suivant :

   $$\left\{\begin{array}{rcl} 3x+2y+1 &=& 0\\ -2x+3y+8 &=& 0\end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -\frac{2}{3}y-\frac{1}{3}\\ -2\left(-\frac{2}{3}y-\frac{1}{3}\right)+3y+8 &=& 0\end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl} x &=& -\frac{2}{3}y-\frac{1}{3}\\ \frac{13}{3}y+\frac{26}{3} &=& 0\end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1\\ y &=& -2\end{array}\right.$$

   Les coordonnées de H sont donc $\mathrm{H}(1\,;\,-2)$.

2. $\mathrm{AH}=\sqrt{(x_\mathrm{H}-x_\mathrm{A})^2+(y_\mathrm{H}-y_\mathrm{A})^2}=\sqrt{(1-3)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{13}$
   La distance de A à (d) est de $\sqrt{13}$.

Exercice n°8

1. Puisque B appartient à (d), il vérifie l'équation cartésienne de la droite. Ainsi : $1-3y-4=0$ et on obtient ainsi $y=-1$. On a donc $\mathrm{B}(1\,;\,-1)$.

2. $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à (d).

3. Puisque $\vec{n}$ est normal à (d) il est directeur à Δ. On a donc $(\Delta) : 3x+y+c=0$. Puisque A appartient à (Δ) on a ainsi : $3\times 3+1+c=0$ ce qui équivaut à $c=-10$. Une équation cartésienne de (Δ) est donc $3x+y-10=0$.

4. H appartient à (d) mais aussi à (Δ). Il vérifie donc les équations des deux droites. On doit donc résoudre le système suivant :

   $$\left\{\begin{array}{rcl} x-3y-4 &=& 0\\ 3x+y-10 &=& 0\end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 3y+4\\ 3(3y+4)+y-10 &=& 0\end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 3y+4\\ 10y+2 &=& 0\end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 3,4\\ y &=& -0,2\end{array}\right.$$ On obtient donc $\mathrm{H}(3{,}4\,;\,-0,2)$.

5. $\text{AH} = \sqrt{(x_\text{H} - x_\text{A})^2 + (y_\text{H} - y_\text{A})^2} = \sqrt{(3,4-3)^2 + (-0,2-1)^2} = \dfrac{2\sqrt{10}}{5}$.

   La distance AH vaut donc $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$. Il s'agit de la distance entre le point A et la droite (d).

> Equation de cercle

Exercice n°9

1. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$
2. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$
3. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 20,25$

Exercice n°10

1. L'équation cartésienne de ce cercle est $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 25$

2. On regarde si les coordonnées de chaque point vérifient l'équation cartésienne du cercle.

   Pour le point M : $(-1-3)^2 + (2+1)^2 = 25$. M appartient bien au cercle $\mathcal{C}$.
   Pour le point N : $\left(\dfrac{8}{5} - 3\right)^2 + \left(-\dfrac{29}{5} + 1\right)^2 = 25$. N appartient bien au cercle $\mathcal{C}$.
   Pour le point P : $\left(\dfrac{9}{5} - 3\right)^2 + \left(\dfrac{2}{5} + 1\right)^2 = \dfrac{17}{5}$. Les coordonnées de P ne vérifient pas l'équation de $\mathcal{C}$ donc P n'appartient pas à ce cercle.

Exercice n°11

1. Pour le point A : $(-3)^2 + 5^2 - 4 \times (-3) - 3 \times 5 - 31 = 0$. Les coordonnées de A vérifient l'équation de l'ensemble (E) donc A appartient à cet ensemble.
   Pour le point B : $\left(\dfrac{11}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{13}{2}\right)^2 - 4 \times \dfrac{11}{2} - 3 \times \dfrac{13}{2} - 31 = 0$. Les coordonnées de B vérifient l'équation de l'ensemble (E) donc B appartient à cet ensemble.

2. $$x^2 + y^2 - 4x - 3x - 31 = 0$$

   $$\Leftrightarrow (x-2)^2 - 2^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 31 = 0$$

   $$\Leftrightarrow (x-2)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{149}{4} = 0$$

   $$\Leftrightarrow (x-2)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{149}{4}$$

   Il s'agit du cercle de centre $\left(2\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$ et de rayon $\dfrac{\sqrt{149}}{2}$.

Exercice n°12

a. $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x+3)^2 - 3^2 + (y-2)^2 - 2^2 + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-2)^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ Il s'agit du cercle de centre $(-3\,;\,2)$ et de rayon 2.

b. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1^2 + (y+3)^2 - 3^2 + 10 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 0$ Il s'agit du cercle de centre $(1 : -3)$ et de rayon 0 donc du point $(1\,;\,-3)$.

c. $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 2^2 + (y-2)^2 - 2^2 + 9 = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 = -1$

La somme de deux carrés ne peut être égale à un nombre négatif. Il s'agit de l'équation d'un ensemble vide.

Exercice n°13

1. L'équation de ce cercle est $(x-3)^2 + (y-2)^2 = r^2$. Puisque le cercle est tangent à l'axe des abscisses, il passera par un seul point de cet axe : le projeté orthogonal de A sur l'axe des abscisses. Les coordonnées de ce point sont $(3\,;\,0)$. La distance entre A et son projeté orthogonal est donc de 2, qui correspond au rayon du cercle.
   L'équation du cercle de centre $A(3\,;\,2)$ et tangent à l'axe des abscisses est donc $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

2. L'équation du cercle de centre $B(-3\,;\,4)$ est $(x+3)^2 + (y-4)^2 = r^2$. Puisque le cercle est tangent à l'axe des ordonnées il passe par le projeté orthogonal de B sur cet axe dont les coordonnées sont $(0\,;\,4)$. La distance entre B et son projeté orthogonal sur l'axe des ordonnées est donc de 3, qui est le rayon du cercle recherché.
   L'équation du cercle de centre $B(-3\,;\,4)$ et tangent à l'axe des ordonnées est donc $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 9$.

Exercice n°14

Les coordonnées des éventuels points d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ et de la droite (d) vérifient les deux équations cartésiennes données. On doit donc résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 & = & 0 \\ x - 2y + 3 & = & 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} (2y-3)^2 + y^2 + 4(2y-3) + 4y - 17 & = & 0 \\ x & = & 2y - 3 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} 5y^2 - 10 & = & 0 \\ x & = & 2y - 3 \end{array}\right.$$

La première équation revient à résoudre $(\sqrt{5}y - \sqrt{20})(\sqrt{5}y + 20) = 0$. Les deux solutions de cette équation sont $y_1 = 2$ et $y_2 = -2$.

Puisque $x = 2y - 3$ alors les deux abscisses correspondantes sont $x_1 = 1$ et $x_2 = -7$.
Le cercle $\mathcal{C}$ et la droite (d) possèdent deux points d'intersection de coordonnées $(1\,;\,2)$ et $(-7\,;\,-2)$.

Exercice n°15

1. Le centre de ce cercle est le milieu de son diamètre, donc le milieu de [AC] que l'on notera I.
   On a $\mathrm{I}\left(\dfrac{4+2}{2}\,;\,\dfrac{0-2}{2}\right)$ soit $\mathrm{I}(3\,;\,-1)$.
   Le rayon de ce cercle est la moitié de la distance AB, soit la distance AI ou BI.
   $\mathrm{AI}=\sqrt{(3-4)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{2}$.
   L'équation du cercle de diamètre [AB] est donc $(x-3)^2+(y+1)^2=2$.

2. $$\begin{aligned}(x-3)^2+(y+1)^2=2 &\Leftrightarrow x^2-6x+9+y^2+2y+1-2=0\\ &\Leftrightarrow x^2-6x+y^2+2y+8=0\end{aligned}$$

   Les coordonnées des éventuels points d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ et de la droite (d) vérifient les deux équations cartésiennes données. On doit donc résoudre le système suivant :

   $$\left\{\begin{array}{rcl} x^2-6x+y^2+2y+8 &=& 0\\ 4x-3y+2 &=& 0\end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl} \left(\dfrac{3}{4}y-\dfrac{1}{2}\right)^2-6\left(\dfrac{3}{4}y-\dfrac{1}{2}\right)+y^2+2y+8 &=& 0\\ x &=& \dfrac{3}{4}y-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

   $$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{rcl} \dfrac{25}{16}y^2-\dfrac{13}{4}y+\dfrac{45}{4} &=& 0\\ x &=& \dfrac{3}{4}y-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

   La première équation est une équation du second degré.
   $\Delta=\left(-\dfrac{13}{4}\right)^2-4\times\dfrac{25}{16}\times\dfrac{45}{4}=-\dfrac{239}{4}$
   Puisque Δ est négatif, il n'y a pas de solution à cette équation. Le cercle $\mathcal{C}$ et la droite (d) n'ont donc pas de point d'intersection.

3. Notons (d') cette parallèle. Puisque (d) et (d') sont parallèles, un vecteur directeur de (d) est un vecteur directeur de (d'). Ainsi, le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d'). Une équation cartésienne de (d') est donc $4x-3y+c=0$. Puisque A appartient à (d') on a $4\times4-3\times0+c=0$ ce qui équivaut à $c=-16$.
   Une équation cartésienne de (d') est donc $4x-3y-16=0$.

Exercice n°16

1. La médiatrice (d_1) de [AB] passe par le milieu de [AB] et est perpendiculaire à (AB). Le milieu de [AB] est $\mathrm{I}\left(\dfrac{-3}{2}\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$.
   Ainsi, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur à (d_1).
   $\mathrm{M}(x\,;\,y)$ appartient à (d_1) si et seulement $\overrightarrow{\mathrm{IM}}.\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$
   $\Leftrightarrow\left(x+\dfrac{3}{2}\right)\times1+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)\times(-3)=0$
   $\Leftrightarrow x-3y+6=0.$

En raisonnant de la même façon, on trouve une équation cartésienne de (d_2), médiatrice de [AC] : $6x - 3y - \dfrac{3}{2} = 0$.

2. Le centre du cercle circonscrit d'un triangle est l'intersection des ses médiatrices. Les coordonnées d'un tel point vérifient dont les équations de (d_1) et (d_2). On doit donc résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x - 3y + 6 = 0 & = & 0 \\ 6x - 3y - \dfrac{3}{2} & = & 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} 15y - \dfrac{75}{2} & = & 0 \\ x & = & \dfrac{3}{4}y - \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} y & = & \dfrac{5}{2} \\ x & = & \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

Les coordonnées du centre O du cercle circonscrit à ABC sont $\left(\dfrac{3}{2}\,;\,\dfrac{5}{2}\right)$.

3. Γ a pour centre $\left(\dfrac{3}{2}\,;\,\dfrac{5}{2}\right)$ et pour rayon la distance OC.

   Or $\text{OC} = \sqrt{(4 - \dfrac{3}{2})^2 + (0 - \dfrac{5}{2})^2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

   Une équation cartésienne de Γ est donc $\left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{25}{2}$.

4. Les coordonnées des éventuels points d'intersection du cercle Γ et de la droite (d) vérifient les deux équations cartésiennes données. On doit donc résoudre le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \dfrac{5}{2}\right)^2 & = & \dfrac{25}{2} \\ x + y - 9 & = & 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} x^2 - 3x + y^2 - 5y - 4 & = & 0 \\ x & = & -y + 9 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} (-y+9)^2 - 3(-y+9) + y^2 - 5y - 4 = 0 & = & 0 \\ x & = & -y + 9 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} 2y^2 - 20y + 50 & = & 0 \\ x & = & -y + 9 \end{array}\right.$$

   La première équation est une équation du second degré.

   $\Delta = (-20)^2 - 4 \times 2 \times 50 = 0$. Il n'y a donc qu'une seule solution : $y_0 = -\dfrac{-20}{2 \times 2} = 5$.

   Puis $x = -5 + 9 = 4$.

   Le seul point d'intersection entre Γ et (d) est le point de coordonnées $(4\,;\,5)$.

5. Puisque Γ (d) n'ont qu'un seul point d'intersection, ils sont tangent.