

Fractions (1)

1 Qu'est ce qu'une fraction ?

Définition

Prenons deux nombres a et b avec $b \neq 0$ (b différent de 0).

Le **quotient** de a par b c'est le nombre qui, multiplié par b est égal à a .

Exemples

Le quotient de 5 par 4 est $\frac{5}{4}$.

C'est le nombre qui, multiplié par 4, est égal à 5 :

$$\frac{5}{4} \times 4 = 5$$

Le quotient de 4,2 par 3,1 est $\frac{4,2}{3,1}$.

C'est le nombre qui, multiplié par 3,1 est égal à 4,2 :

$$\frac{4,2}{3,1} \times 3,1 = 4,2$$

Remarque On ne peut pas diviser par 0. C'est pour cela que le nombre b doit être différent de 0.

Définitions

Prenons deux nombres entiers a et b avec $b \neq 0$.

Le nombre $\frac{a}{b}$ est une **fraction**. Le nombre a est appelé le **numérateur** et le nombre b est appelé le **dénominateur**.

Exemple Dans l'exemple précédent, $\frac{5}{4}$ est bien une fraction mais pas $\frac{4,2}{3,1}$.

Remarque Une fraction n'est pas toujours égale à un nombre décimal.

Exemples Le nombre $\frac{5}{4}$ est égal au nombre décimal 1,25.

Mais $\frac{2}{3} \approx 0,666666$ avec une infinité de 6. Ce n'est donc pas un nombre décimal.

2 Fractions égales

Propriété

La valeur d'un quotient ne change pas quand on multiplie ou quand on divise son numérateur ET son dénominateur par un MÊME NOMBRE différent de 0.

Définition

Simplifier une fraction c'est l'écrire sous la forme d'une fraction qui lui est égale mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Remarque La précédente propriété va nous être utile pour simplifier une fraction.

Exemple Prenons la fraction $\frac{35}{10}$. C'est une fraction que l'on peut simplifier car le numérateur et le dénominateur sont des multiples de 5 (voir les critères de divisibilité dans le chapitre Arithmétique).

On peut donc écrire $\frac{35}{10} = \frac{35 \div 5}{10 \div 5} = \frac{7}{2}$. On peut aussi faire : $\frac{35}{10} = \frac{7 \times \cancel{5}}{2 \times \cancel{5}} = \frac{7}{2}$

3 Comparer deux fractions

Propriété : comparer une fraction avec 1

- Dans une fraction, si le numérateur est supérieur au dénominateur alors la fraction est supérieure à 1.
- Dans une fraction, si le numérateur est inférieur au dénominateur alors la fraction est inférieure à 1.
- Dans une fraction, si le numérateur est égal au dénominateur alors la fraction est égale à 1.

Exemples

- $3 < 4$ donc $\frac{3}{4} < 1$
- $9 < 5$ donc $\frac{9}{5} > 1$
- $42 = 42$ donc $\frac{42}{42} = 1$

Propriété : comparer deux fractions ayant le même numérateur ou dénominateur

- Si deux fractions ont le même dénominateur alors la plus grande des deux est celle qui a le plus grand numérateur.
- Si deux fractions ont le même numérateur alors la plus grande des deux est celle qui a le plus petit dénominateur.

Exemples

- On souhaite comparer $\frac{3}{11}$ et $\frac{9}{11}$.
Les deux fractions ont le même dénominateur : 11.
Or $3 < 9$ donc $\frac{3}{11} < \frac{9}{11}$.
- On souhaite comparer $\frac{7}{4}$ et $\frac{7}{5}$.
Les deux fractions ont le même numérateur : 7.
Or $4 < 5$ donc $\frac{7}{4} > \frac{7}{5}$.

Méthode : comment faire pour des fractions qui n'ont rien en commun ?

On souhaite comparer $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$. On va les **réduire au même dénominateur**. Cela signifie qu'on va mettre les fractions sous le même dénominateur.

On va multiplier le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par le dénominateur de l'autre.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15} \\ \frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{12}{15} \end{array} \right\} = \frac{10}{15} < \frac{12}{15} \text{ donc } \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$$