



Recherche de seuils

Rechercher un seuil c'est trouver à partir de quel rang n les termes u_n d'une suite (u_n) sont supérieurs (ou inférieurs) à un réel donné.

Exercice n°1 On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n^2 + 1$.

1. Déterminer les 4 premiers termes de cette suite.
2. Que peut-on conjecturer concernant la limite de cette suite quand n tend vers $+\infty$?
3. A partir de quel rang les termes de la suite (u_n) dépassent 10^8 ?

Exercice n°2

Jean-Kevin place 600€ sur un livret A dont le taux est de 3,3%. Il n'ajoutera pas d'argent sur son compte mais laissera les intérêts de celui-ci.

1. Soit u_n la somme sur le livret de Jean-Kevin au bout de n année. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
2. Calculer les 4 premiers termes de la suite.
3. A partir de combien d'années Jean-Kevin aura au moins 12 000€ sur ce livret ?

> Correction des exercices

Exercice n°1

1. $u_0 = 3$, $u_1 = 5,5$, $u_2 = 13,125$ et $u_3 = 84,1328125$.
2. Il semblerai que la limite de u_n soit $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.
3. Programme Python de la rechercher de seuil :

```
1 def seuil(a):
2     n=0
3     u=3
4     while u<a:
5         n=n+1
6         u=0.5*u*u+1
7     return(n)
```

```
>> print(seuil(100000000))
>> 6
```

A partir de $n = 6$, $u_n > 10^8$.

Exercice n°2

1. $u_{n+1} = 1,033u_n$.
2. $u_0 = 600$, $u_1 = 619,8$, $u_2 = 640,2534$ et $u_3 = 661,3817622$.
3. Il semblerai que la limite de u_n soit $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$.
4. Programme Python de la rechercher de seuil :

```
1 def argent1(a):
2     n=0
3     u=600
4     while u<a:
5         n=n+1
6         u=1.033*u
7     return(n)
```

```
>> print(argent(12000))
>> 93
```

Jean-Kevin aura au minimum 12 000€ sur son livret au bout de 93 années.