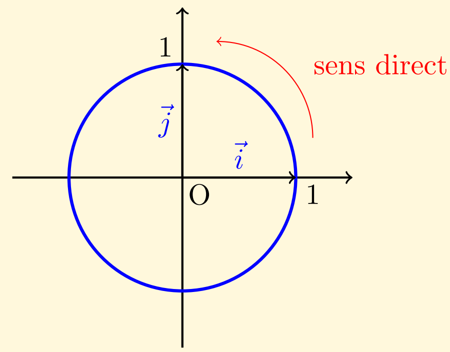
Trigonométrie

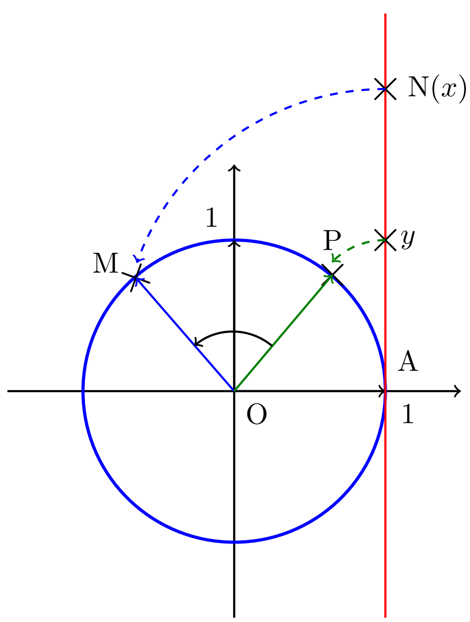
1 Le cercle trigonométrique

Définitions

Lorsque l'on se place sur un cercle, on appelle **sens direct** ou bien **sens positif** ou encore **sens trigonométrique** le sens contraire des aiguilles d'une montre.

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$ et orienté dans le sens trigonométrique, on appelle le **cercle trigonométrique** le cercle de centre O et de rayon 1.





On considère le cercle trigonométrique et la droite graduée des réels, tangente au cercle en $\mathrm{A}(1\,;\,0)$. On enroule cette droite le long du cercle trigonométrique. On va donc associer à tout point N d'abscisse x de cette droite un unique point M du cercle. La longueur de l'arc $\widehat{\mathrm{AM}}$ est égale à la longueur AN.
On a ainsi réalisé un nouveau moyen de repérage de point sur le cercle trigonométrique.

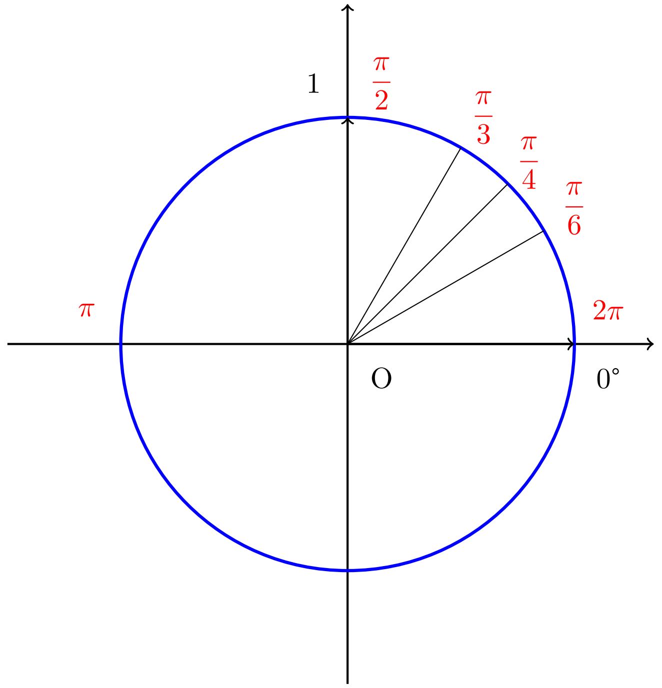
Définition

Soient x et y deux réels, abscisses respectives de deux points M et P. Soit O le centre du cercle trigonométrique. La **mesure en radian de l'angle orienté** $(\overrightarrow{\mathrm{OP}}, \overrightarrow{\mathrm{OM}})$ est la différence $x - y$.

Propriété

La circonférence du cercle trigonométrique est égale à 2π.

Remarque Un tour complet du cercle équivaut à un angle de 360°. On obtient donc la correspondance suivante : 360°$= 2\pi$ radians.



Mesure en degrés	0	30	45	60	90	180	360
Mesure en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

Propriété

Soit $(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OM})$ un angle orienté de mesure en radian α.
Les autres mesures en radian de cet angle sont les réels de la forme $\alpha + k \times 2\pi$ où k est un entier relatif.
On note alors $(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OM}) = \alpha + k \times 2\pi$ ou encore $(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OM}) = \alpha \ (2\pi)$

Définition

Parmi toutes les mesures en radian de l'angle orienté $(\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OM})$, une seule appartient à l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi\,[$.
Cette mesure est appelée **mesure principale** de cet angle.

Exemple

Le point B est associé à $\frac{\pi}{2}$ radian quand on lit dans le sens trigonométrique.

Si on effectue un tour supplémentaire : $\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$ fonctionne aussi.

Si on fait la lecture dans le sens indirect, l'angle associé est $\frac{-3\pi}{2}$.
Tous ces réels sont associés au point B sur ce cercle.
Mais un seul de ces réels appartient à $]-\pi\,;\,\pi\,[$: c'est $\frac{\pi}{2}$.

La mesure principal de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ est donc $\frac{\pi}{2}$.