

Exercices sur les matrices (généralités)

> Opérations sur les matrices

Exercice n°1 On considère les matrices $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $J = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Calculer $10I - 7J$.

Exercice n°2 On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A + B$.
2. Calculer $2A - 3B$.

Exercice n°3 On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & -5 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $A + B$.
2. Calculer $2A - 3B$.

Exercice n°4 On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Calculer AB .

Exercice n°5 Effectuer les calculs suivants :

a. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

c. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Exercice n°6 Effectuer les calculs suivants :

1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

2. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

> Puissance de matrices

Exercice n°7 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 .
2. Calculer A^3 .

Exercice n°8 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 .
2. En déduire l'expression de A^{101} .

Exercice n°9 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 puis A^3 .
2. Que peut-on conjecturer quant à l'expression de A^n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$?
3. Démontrer la précédente conjecture.

Exercice n°10 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 puis A^3 .
2. Que peut-on conjecturer quant à l'expression de A^n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$?
3. Démontrer la précédente conjecture.

Exercice n°11

1. Montrer que pour tout entier naturel non nul n on a $\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$.
2. Montrer que pour tout entier naturel n on a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 2^{n-1} & 1 \end{pmatrix}$.

> Inverse de matrices

Exercice n°12

1. Les matrices ci-dessous sont-elles inversibles ? $\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
2. Montrer que $B = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$ est l'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$.

Exercice n°13

Montrer que l'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ est la matrice $B = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Exercice n°14 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer $A^2 + A$.
2. Exprimer la matrice inverse de A en fonction de A et de I_3 .
3. En déduire la matrice inverse de A .

Exercice n°15 Déterminer l'inverse de la matrice $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Exercice n°16 Déterminer l'inverse des matrices ci-dessous :

a. $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$