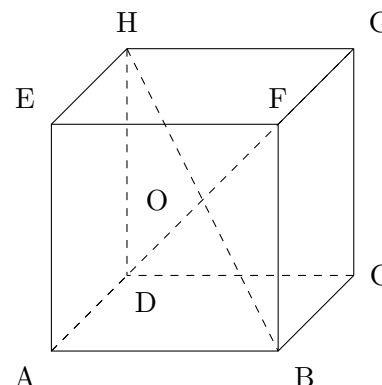


Exercices sur les vecteurs, droites et plans de l'espace

> Etudier la position relative de droites et de plans dans l'espace

Exercice n°1 On considère le cube ABCDEFGH ci-dessous.

1. Les droites (AB) et (FG) sont-elles coplanaires ?
2. Etudier la position relative des droites (AB) et (HG) .
3. Etudier la position relative des droites (AG) et (BH) .



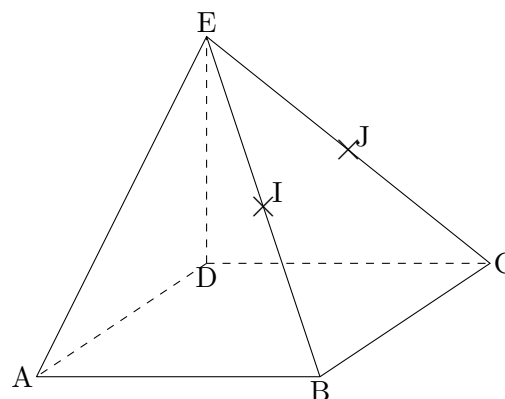
Exercice n°2 On considère le cube ABCDEFGH ci-dessus.

1. Donner la position relative de (EH) et (AFG) .
2. Donner la position relative de (HD) et (FAG) .
3. Donner la position relative de (FA) et (DHG) .
4. Donner la position relative de (BC) et (HFA) .

Exercice n°3 On considère la pyramide ABCDE à base carrée ci-dessous.

On note I le milieu de $[BE]$ et J le milieu de $[CE]$.

1. Montrer que les points A, D, I et J sont coplanaires.
2. Montrer que les droites (AI) et (DJ) sont sécantes.
Placer sur la figure M, leur point d'intersection.
3. Montrer que les plans (ABE) et (CDE) sont sécants
et donner le nom de leur droite d'intersection.

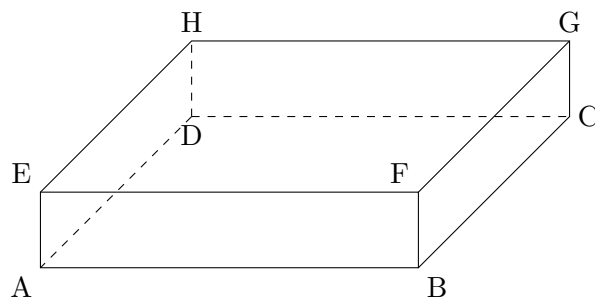


> Combinaisons linéaires de vecteurs

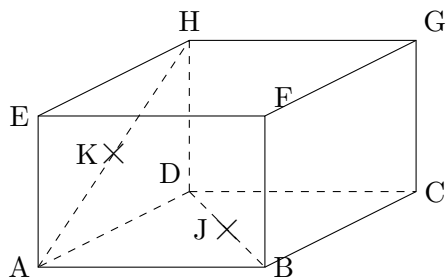
Exercice n°4 On considère un pavé droit ABCDEFGH.

1. Construire les points K et L définis par : $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$
et $\overrightarrow{AL} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AH}$
2. En exprimant les vecteurs \overrightarrow{HK} et \overrightarrow{HL} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AH} , démontrer que les points H, K et L sont alignés.
Soient I et J les symétriques respectifs de A par rapport à E et C.
3. Montrer que les droites (EC) et (GI) sont parallèles.
4. Montrer que $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AI} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AJ}$.

5. Est-ce que le point K appartient au plan (AIJ) ?



Exercice n°5



On considère la pavé droit ABCDEFGH. Soient J et K les milieux respectifs des segments [DB] et [AH].

1. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{AH} , \overrightarrow{HF} et \overrightarrow{JG} sont coplanaires.
2. En déduire qu'il existe une droite incluse dans (AHF) qui soit parallèle à (JG) et qui passe par K.
3. Déterminer le point d'intersection L de cette droite avec le segment [HF].

> Base et repères de l'espace

Exercice n°6 ABCDEFGH est un cube. On note K le milieu de [BC].

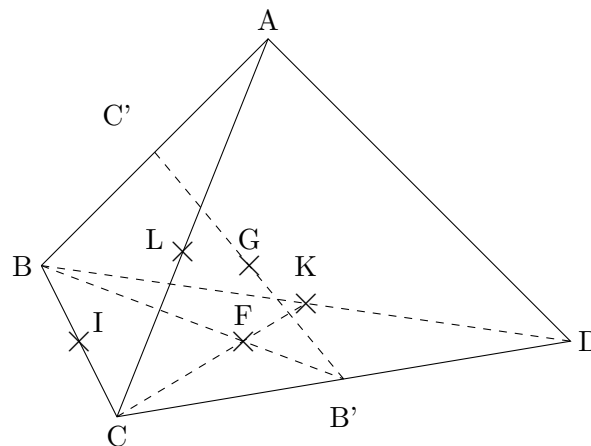
En se plaçant dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$, montrer que les vecteurs \overrightarrow{EB} , \overrightarrow{AK} et \overrightarrow{AG} sont coplanaires.

Exercice n°7 On considère un tétraèdre ABCD. On note I le milieu de [AB], J le milieu de [CD] et K le centre de gravité de BCD.

Montrer que les segments [AK] et [IJ] se coupent en un point M, milieu de [IJ].

Exercice n°8 On considère un tétraèdre ABCD.

On note B' et C' les milieux respectifs des segments [CD] et [AB]. Soit G le milieu de [B'C']. On note enfin F le centre de gravité de BCD.



1. Montrer que les points A, G et F sont alignés.
2. Montrer que les trois segments joignant les milieux de deux arêtes opposées du tétraèdre sont concourants au point G.

Exercice n°9 Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points $A(5; -5; 2)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(0; 1; 2)$ et $D(6; 6; -1)$.

1. Déterminer la nature du triangle BDC et calculer son aire.
2. Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?

Exercice n°10 Soit ABCD un tétraèdre.

Soit I le point défini par $\vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB}$. On note J et K les milieux respectifs des segments [CD] et [IJ]. La droite (AK) coupe le plan (BCD) en L.

1. Déterminer les coordonnées de L dans le repère (B, \vec{BC}, \vec{BD}) du plan (BCD).
2. Montrer que les points B, L et J sont alignés.