

Symétrie centrale

1 Qu'est ce que la symétrie centrale ?

Définitions

On dit que deux figures sont **symétriques par rapport à un point** lorsque, en effectuant un demi-tour autour de ce point, les deux figures se superposent.

Ce point est appelé le **centre de symétrie**.

Exemple

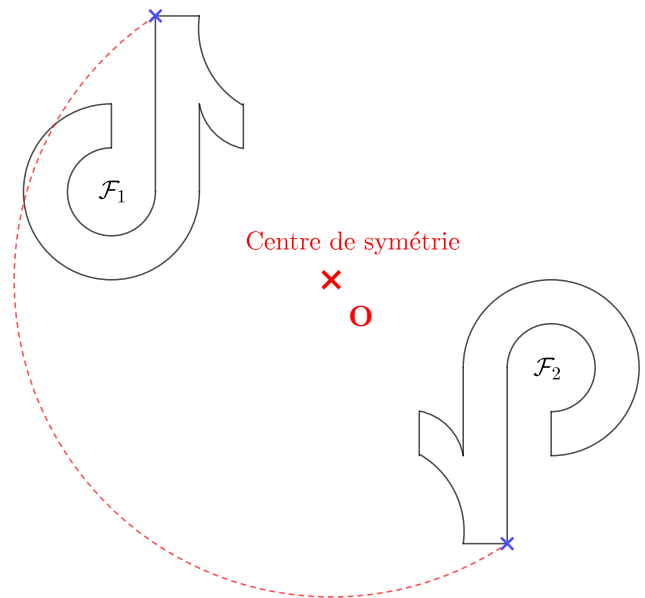
Voici deux figures : $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$.

Ces deux figures sont symétriques par rapport au point O, qui est le centre de symétrie.

Si on fait effectuer un demi-tour à la figure $\mathcal{F}_2$ autour du point O, elle vient se superposer sur $\mathcal{F}_1$ (ou inversement).

On dit alors que $\mathcal{F}_2$ est le symétrique de $\mathcal{F}_1$ par rapport à O.

On dit aussi que $\mathcal{F}_2$ est l'image de $\mathcal{F}_1$ par la symétrie centrale de centre O.

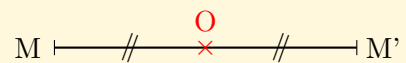


Définitions

Prenons deux points M et O.

Le **symétrique** du point M **par rapport** au point O est le point noté M' (que l'on prononce « M prime ») tel que O est le milieu du segment $[MM']$.

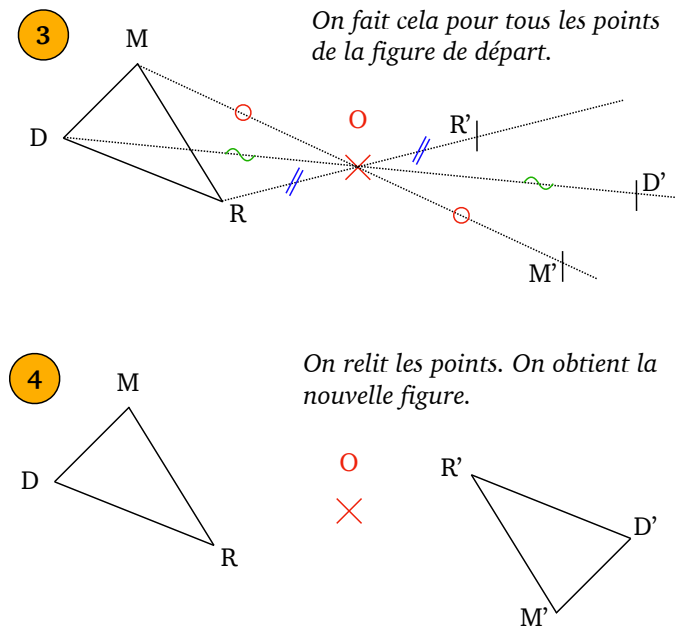
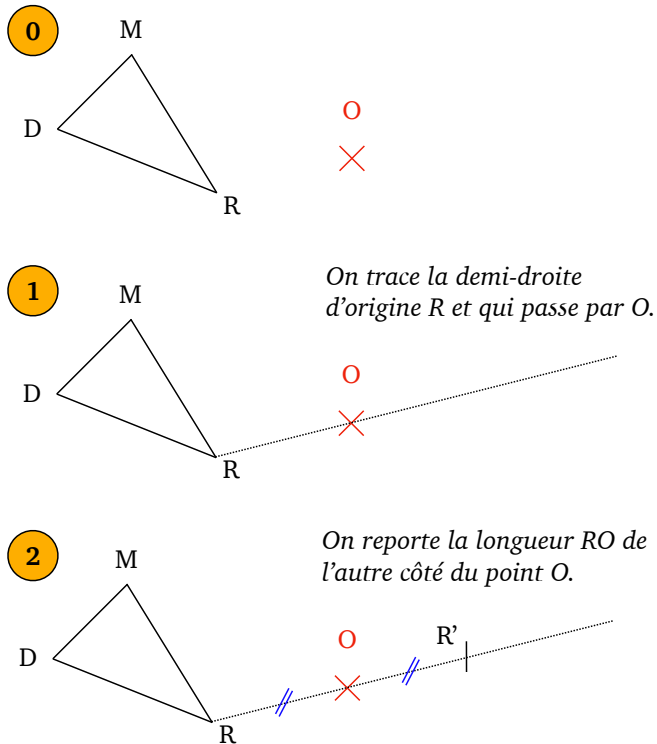
On a alors $OM = OM'$.



2 Comment tracer le symétrique d'une figure par rapport à un point ?

On souhaite tracer le symétrique du triangle MDR par rapport au point O. Pour se faire, on va tracer le symétrique du point M, puis du point D, puis de point R par rapport au point O. On reliera ensuite tous les points pour former le symétrique de MDR par rapport au point O.

Méthode



3 Propriété de la symétrie centrale

Propriétés

Deux figures symétriques par rapport à un point sont superposables. Ainsi, la symétrie centrale conserve :

- l'alignement (si trois points sont alignés sur la figure initiale, ils le seront également sur la figure finale).
- le parallélisme (si deux droites sont parallèles sur la figure initiale, elles le seront sur la figure finale).
- les longueurs (les longueurs de la figure finale sont les mêmes que celles de la figure initiale).
- les angles (les angles de la figure finale sont les mêmes que les angles de la figure initiale).

Exemple

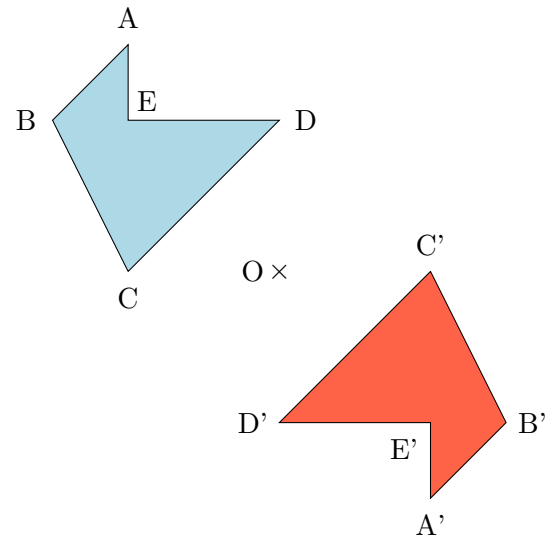
Les figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont symétriques par rapport au point O. On sait que $\widehat{AED} = 90^\circ$, que (AB) et (CD) sont parallèles et que la longueur de [CD] est de 2,8 cm.

Quelle est la valeur de $\widehat{A'E'D'}$?

$\widehat{A'E'D'}$ est le symétrique de $\widehat{AED}$ par rapport à O
et $\widehat{AED} = 90^\circ$.

Or la symétrie centrale conserve les angles.

Donc $\widehat{A'E'D'} = \widehat{AED} = 90^\circ$.



Que peut-on dire des droites (A'B') et (C'D') ?

(A'B') et (C'D') sont les symétriques de (AB) et (CD) par rapport au point O et (AB) et (CD) sont parallèles.

Or la symétrie centrale conserve le parallélisme.

Donc les droites (A'B') et (C'D') sont parallèles.

Quelle est la longueur du segment [C'D'] ?

[C'D'] est le symétrique de [CD] par rapport au point O et $CD = 2,8$ cm.

Or la symétrie centrale conserve les longueurs.

Donc $C'D' = 2,8$ cm également.