

Exercices sur les variables aléatoires

> Loi de probabilité

Exercice n°1

Jean-Kevin lance un dé cubique non truqué et regarde la face obtenue. Si c'est un 2 ou un 4, il gagne 1,5€. Si le numéro de la face est impair, il gagne 0,5€ et si c'est le 6, il perd 5€.

On note X la variable aléatoire associée au gain de ce jeu.

Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

Exercice n°2

Une urne contient 4 boules bleues numérotées de 1 à 4, trois boules rouges numérotées de 1 à 3 et deux boules vertes numérotées de 1 et 2. On tire une boule au hasard de cette urne.

On note X la variable aléatoire associée au numéro de la boule obtenue.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Quand on tire une boule de cette urne, on applique les règles suivantes :
 - Si la boule obtenue est bleue et porte un numéro pair, on gagne 2€.
 - Si la boule obtenue n'est pas bleue et porte un numéro pair, on gagne 3€.
 - Sinon, le joueur ne gagne rien.

On note Y la variable aléatoire qui associe le gain obtenu lors de cette expérience aléatoire. Déterminer la loi de probabilité de Y .

Exercice n°3

Un magicien utilise un dé truqué. Les probabilités de chaque face sont données dans le tableau ci-dessous :

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,05	0,12	0,15	0,23	0,17	

1. Compléter le tableau de loi de probabilité ci-dessus.
2. A quoi correspond l'évènement $X \leq 3$?
3. Calculer $P(X \leq 3)$.
4. En déduire $P(X > 3)$.

Exercice n°4 On lance un dé à six faces non truqué. Selon, la face obtenue, on a les gains suivants :

- La face 6 rapporte 3€.
- Les faces 1 et 3 rapportent 1€.
- Les autres faces font perdre 2€.

On note X la variable aléatoire associée au gain de ce jeu.

1. Que vaut $P(X = 1)$?
2. Que vaut $P(X \leq 1)$?

Exercice n°5

On dispose d'une urne dans laquelle il y a un certain nombre de boules numérotées de 1 à 6. On pioche une boule au hasard de cette urne. On note X la variable aléatoire associée au numéro de la boule obtenue. On ne connaît pas le nombre de boules de portant chaque numéro mais on dispose des probabilités suivantes :

k	1	2	3	4	5	6
$P(X \leq k)$	0,275	0,34	0,51	0,6	0,84	1

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant le numéro 2 ?
2. Que vaut $P(X = 5)$?
3. Déterminer $P(X \leq 3)$ puis $P(X > 3)$.
4. Déterminer $P(3 < X \leq 6)$.

> Espérance, variance et écart-type

Exercice n°6

On reprend l'énoncé de l'exercice n°1. S'agit-il d'un jeu équitable ?

Exercice n°7

Jean-Kevin organise une loterie pour la fête de son village. Il dispose de billets numérotés de 1 à 2000. Parmi ces billets, un rapporte un lot de 500€, deux rapportent un lot de 150€ et cinq rapportent un lot de 100€. Chaque billet est vendu 2€.

On achète un des billets de Jean-Kevin au hasard et on note X la variable aléatoire donnant le gain procuré par un billet.

1. Déterminer la loi de probabilité de X . On prendra en compte le prix d'un billet.
2. Déterminer $E(X)$. S'agit-il d'une expérience équitable ?
3. Jean-Kevin décide de limiter le nombre de billets pour que le jeu deviennent équitable. Déterminer ce nombre de billets.

Exercice n°8

En fin d'année, les élèves d'un lycée organise une tombola : 100 tickets sont mis en vente à 10€ l'unité. Parmi ces tickets, 2 rapportent 50€, 10 tickets rapportent 20€ et 20 tickets rapportent 10€.

Soit X la variable aléatoire associée au gain d'un ticket (sans prendre en compte l'achat d'un ticket).

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Déterminer le gain moyen de cette tombola.
3. Déterminer l'écart-type de cette tombola.

Exercice n°9

Dans un jeu de dominos, chaque domino est partagé en deux parties portant chacun un numéro entre 0 et 6. Ces derniers sont représentés par des points. On appelle double un domino dont les deux faces portent le même numéro.

1. Montrer que le nombre total de dominos est de 28.
2. Jean-Kevin pioche un domino au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir un double ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un domino dont la somme des deux numéros soit divisible par 3 ?
4. On note X la variable aléatoire prenant la valeur -1 si Jean-Kevin n'obtient pas de double et n quand il obtient un double $\{ n; n \}$.
Donner la loi de probabilité de X .
5. Calculer $E(X)$.
6. Calculer la variance et l'écart-type de X .